

**APLIKASI ALGORITMA *GREEDY* UNTUK PEWARNAAN
WILAYAH (*REGION COLORING*) PADA PETA KABUPATEN
INDRAGIRI HULU DAN KAMPAR DI PROVINSI RIAU**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Jurusan Matematika

Oleh :

WIDIA FUJI HASTUTI
10754000068



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2011

**APLIKASI ALGORITMA *GREEDY* UNTUK PEWARNAAN
WILAYAH (*REGION COLORING*) PADA PETA KABUPATEN
INDRAGIRI HULU DAN KAMPAR DI PROVINSI RIAU**

**WIDIA FUJI HASTUTI
NIM : 10754000068**

Tanggal Sidang : 4 Juli 2011
Periode Wisuda :

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Algoritma merupakan suatu prosedur yang tepat untuk dapat memecahkan masalah dengan menggunakan bantuan komputer serta suatu bahasa pemrograman tertentu. Tugas akhir ini membahas tentang aplikasi algoritma *Greedy* untuk pewarnaan wilayah peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar. Prinsip *Greedy* merupakan metode paling populer untuk menemukan solusi optimum dalam persoalan optimasi dengan membentuk solusi langkah-perlangkah. Pewarnaan peta merupakan masalah yang dapat diselesaikan menggunakan algoritma *Greedy*. Solusi terbaik dalam mewarnai peta adalah menggunakan jumlah warna minimum (bilangan kromatik) sehingga akan didapatkan solusi pewarnaan optimal. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh jumlah warna minimum pada pewarnaan wilayah peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar adalah 4 warna.

Kata Kunci : *Algoritma Greedy, Bilangan Kromatik, Graf, Pewarnaan Wilayah.*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahil'alamin.....

Segala puji syukur ke hadirat Allah SWT karena atas limpahan rahmat, taufik dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tugas akhir dengan judul **“Aplikasi Algoritma *Greedy* untuk Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*) Pada Peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar di Provinsi Riau”**.

Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Besar Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan dunia dan akhirat, semoga dengan senantiasa bersholawat kita mendapatkan syafa'atnya.

Selanjutnya ucapan terima kasih kepada kedua Orang tuaku tercinta yang telah membesarkanku dengan penuh cinta dan kasih sayang yang tak henti-hentinya mendoakanku untuk kesuksesanku dan selalu memberikan dukungan serta adikku tersayang, serta seluruh keluarga besarku yang telah memberikan motivasi, baik moril maupaun materil kepada penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan tugas akhir ini.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Oleh karena itu, iringan do'a dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. M. Nazir, MA selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.Si selaku Dekan, dan pembantu dekan beserta karyawan/ti Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Yuslenita Muda, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku pembimbing yang telah banyak meluangkan waktunya untuk membimbing penulis, memberikan nasehat-nasehat serta

saran-saran yang membuat penulis bersemangat hingga skripsi ini mampu diselesaikan tepat pada waktunya.

5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Koordinator tugas akhir.
6. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan FST UIN SUSKA Riau, khususnya di Jurusan Matematika yang telah banyak membantu penulis dalam berbagai hal.
7. Teman-teman jurusan Matematika khususnya angkatan 2007.
8. Teman-teman, adik-adik serta kakak-kakak di pondokan Rossa, kalian adalah teman sekaligus keluargaku yang telah memberikan warna dalam kehidupan perkuliahan.
9. Semua pihak yang telah memberikan bantuannya dari awal sampai selesai tugas akhir ini yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga amal dan kebaikan yang diberikan kepada penulis mendapatkan balasan dari Allah SWT. Penulis menyadari dalam penulisan tugas akhir ini jauh dari kesempurnaan karena kesempurnaan itu hanya milik Allah SWT oleh karena itu kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini selanjutnya.

Akhirnya kepada Allah jualah penulis berlindung agar usaha yang penulis lakukan mendapat ridho-Nya dan menjadi amal sholeh serta berguna bagi penulis dan pihak-pihak lain yang membutuhkannya.

Pekanbaru, 4 Juli 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGSAHAN.....	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR GAMBAR	xv
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	I-1
1.2 Rumusan Masalah	I-3
1.3 Batasan Masalah.....	I-3
1.4 Tujuan Penelitian	I-3
1.5 Manfaat Penelitian	I-3
1.6 Sistematika Penulisan	I-4
BAB II. LANDASAN TEORI	
2.1 Graf	II-1
2.1.1 Jenis-Jenis Graf	II-2
2.1.2 Terminologi Graf	II-3
2.1.3 Graf Planar	II-4
2.1.4 Graf Dual.....	II-5
2.1.5 Representasi Graf dalam Matriks.....	II-6
2.2 Pewarnaan Graf.....	II-7
2.2.2 Pewarnaan Simpul.....	II-7

2.2.2 Pewarnaan Sisi	II-8
2.2.3 Pewarnaan Wilayah.....	II-8
2.3 Pewarnaan Peta	II-9
2.4 Algoritma <i>Greedy</i>	II-10
2.4.1 Skema Umum Algoritma <i>Greedy</i>	II-11
2.4.2 Rancangan Algoritma <i>Greedy</i> pada Pewarnaan Peta	II-11
2.4.3 Cara Kerja Algoritma <i>Greedy</i> pada Pewarnaan Graf.....	II-13
BAB III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Metodologi Pewarnaan Wilayah	III-1
BAB IV. PEMBAHASAN DAN HASIL	
4.1 Wilayah Kabupaten Indra Giri Hulu	IV-1
4.2 Cara Merepresentasikan Wilayah Kabupaten Indragiri Hulu ke dalam Suatu Graf.....	IV-2
4.3 Graf Dual dari Peta Kabupaten Indragiri Hulu	IV-3
4.4 Membentuk Matriks Ketetanggaan Peta Kabupaten Indragiri Hulu.....	IV-4
4.5 Menentukan Derajat Setiap Simpul pada Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu.....	IV-5
4.6 Pewarnaan Wilayah pada Peta Kabupaten Indragiri Hulu Menggunakan Algoritma <i>Greedy</i>	IV-6
4.7 Menentukan Jumlah Warna Minimum Peta Kabupaten Indragiri Hulu.....	IV-24
4.8 Wilayah Kabupaten Kampar	IV-26
4.9 Cara Merepresentasikan Wilayah Peta Kabupaten Kampar ke dalam Sebuah Graf	IV-27
4.10 Graf Dual Peta Kabupaten Kampar.....	IV-29
4.11 Matriks Ketetanggaan Peta Kabupaten Kampar	IV-30
4.12 Menentukan Derajat Setiap Simpul pada Graf Dual Peta Kabupaten Kampar.....	IV-31

4.13	Pewarnaan Wilayah pada Peta Kabupaten Kampar Menggunakan Algoritma <i>Greedy</i>	IV-32
4.14	Menentukan Jumlah Warna Minimum Peta Kabupaten Kampar.....	IV-56
BAB V. PENUTUP		
5.1	Kesimpulan	V-1
5.2	Saran.....	V-1

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Derajat Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu.....	IV-6
4.2 Pengurutan Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu Berdasarkan Jumlah Derajat Terbanyak.....	IV-7
4.3 Derajat Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Kampar.....	IV-31
4.4 Pengurutan Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Kampar Berdasarkan Jumlah Derajat Terbanyak.....	IV-33

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu studi terhadap bidang matematika yang diperkenalkan pertama kali oleh seorang ahli matematika asal Swiss, Leonhard Euler 1736 (Jusuf, 2009). Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini dan merupakan topik yang banyak mendapat perhatian saat ini, karena model-model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas. Secara kasar, graf adalah suatu diagram yang memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti (Siang, 2006). Secara definisi, graf adalah suatu cabang matematika yang mempelajari mengenai hubungan himpunan tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik dan suatu daftar pasangan elemen itu yang disebut sisi (Wibisono, 2004).

Ilmu teori graf dapat diterapkan dalam berbagai bidang ilmu seperti masalah transportasi, jaringan komunikasi, riset operasi, ilmu kimia, kartografi dan lain sebagainya. Teori-teori mengenai graf ini telah banyak dikembangkan dengan berbagai algoritma yang memiliki kelebihan dan kelemahan masing-masing dalam menyelesaikan kasusnya.

Banyak struktur yang dapat direpresentasikan dengan graf, dan banyak masalah yang bisa diselesaikan dengan bantuan graf. Jaringan persahabatan pada situs pertemanan *online* atau *facebook* bisa direpresentasikan dengan graf, *vertex* (simpul) adalah para pemakai *facebook* dan ada *edge* (sisi) antara A dan B jika dan hanya jika A berteman dengan B. Ilmu teori graf tidak hanya sekedar merepresentasikan struktur saja tetapi dalam aplikasinya suatu graf juga dapat diwarnai.

Banyak persoalan yang mempunyai karakteristik seperti pewarnaan graf, sehingga menjadikan pewarnaan graf ini menarik untuk dipelajari lebih dalam. Masalah pewarnaan di dalam graf memiliki banyak variasi dengan tipe yang berbeda. Pewarnaan graf dibagi dalam tiga bagian, yaitu pewarnaan simpul (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*) dan pewarnaan wilayah (*region coloring*) (Gross et al, 2006). Persoalan pewarnaan graf, tidak hanya sekedar mewarnai simpul-simpul atau sisi dengan warna berbeda dari warna simpul atau sisi tetangganya saja, namun juga menggunakan jumlah warna minimum yang disebut dengan bilangan kromatik pada graf. Pewarnaan dari suatu graf adalah masalah yang cukup mudah, tetapi pewarnaan dengan menggunakan warna minimum, secara umum adalah masalah yang sulit karena kenyataannya masih belum ditemukan suatu cara yang mudah dalam pengkarakteristikan suatu k -kromatik graf.

Pewarnaan wilayah dari sebuah graf dalam aplikasinya adalah pemberian warna-warna pada wilayah di peta, dengan cara membuat dual dari peta tersebut. Teori Pewarnaan wilayah ini akan diaplikasikan pada pewarnaan wilayah peta Provinsi Riau dengan mengambil 2 wilayah Kabupaten, yaitu Kabupaten Indragiri Hulu dengan 14 Kecamatan dan Kabupaten Kampar dengan 20 wilayah Kecamatan.

Salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah warna minimum pada pewarnaan graf adalah algoritma *Greedy*, yang dikembangkan oleh Li Yu et al berjudul "*Greedy Algorithms for the Minimum Sum Colouring Problem*" telah dipublikasikan di *Logistique et transport*, Sousse: Tunisia (2009). Versi 1-28 Januari 2010. Algoritma *Greedy* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk memecahkan masalah optimasi dengan memanfaatkan strategi algoritmik yang dapat memecahkan masalah langkah demi langkah, yang setiap langkahnya mengambil pilihan terbaik pada saat itu dengan gagasan dasar adalah membangun solusi optimal di atas solusi lokal (Li et al, 2010).

Berdasarkan latar belakang tersebut, pada tulisan ini akan dibahas bagaimana cara melakukan pewarnaan wilayah pada peta sehingga didapatkan bilangan kromatiknya. Judul tugas akhir ini yaitu **“Aplikasi Algoritma *Greedy* untuk Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*) pada Peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar di Provinsi Riau”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan penelitian ini sebagai berikut :

1. Bagaimana memberikan warna pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar menggunakan algoritma *Greedy*?
2. Berapakah warna minimal $\chi(G)$ yang dibutuhkan untuk mewarnai wilayah pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini adalah pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Indragiri Hulu meliputi 14 wilayah Kecamatan dan Kabupaten Kampar meliputi 20 wilayah Kecamatan.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengaplikasikan algoritma *Greedy* untuk pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar, serta mengetahui jumlah warna minimum yang dibutuhkan untuk mewarnai peta tersebut.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian skripsi ini adalah :

1. Penulis

Melalui penelitian ini dapat menambah penguasaan materi dalam melakukan penelitian serta mengaplikasikan langsung algoritma *Greedy* dalam kasus pewarnaan wilayah pada peta.

2. Lembaga Pendidikan

Hasil pembahasan ini dapat digunakan sebagai tambahan bahan dalam pengembangan ilmu matematika khususnya dikalangan mahasiswa jurusan matematika.

3. Pengembangan Ilmu Pengetahuan

Menambah khasanah dan mempertegas keilmuan matematika dalam peranannya terhadap perkembangan teknologi dan disiplin ilmu lain.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari lima bab yaitu :

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisikan latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisikan definisi teori graf, terminologi graf, pewarnaan graf dan algoritma *Greedy*.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisikan metode yang penulis gunakan dalam penyelesaian tugas akhir.

BAB IV Pembahasan dan Hasil

Bab ini berisikan pemaparan cara-cara secara teoritis dalam mendapatkan hasil penelitian.

BAB V Penutup

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

Bab ini menyajikan beberapa materi pendukung yang akan digunakan sebagai landasan berpikir dalam membahas tugas akhir dengan judul “**Aplikasi Algoritma Greedy untuk Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*) pada Peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar di Provinsi Riau**” .

2.1 Graf

Siang (2006) menyebutkan graf adalah suatu diagram yang memuat informasi tertentu jika diinterpretasikan secara tepat. Graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada di dalam kehidupan sehari-hari dan tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti. Kadang-kadang suatu graf dinyatakan dengan gambarnya. Gambar suatu graf G terdiri dari himpunan titik, himpunan garis-garis yang menghubungkan titik-titik tersebut (beserta arah garis pada graf berarah).

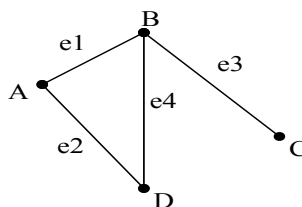
Definisi 2.1 (Lipschuts, 2002): Sebuah graf G terdiri dari dua bagian :

1. Sebuah himpunan $V = V(G)$ memiliki elemen-elemen yang dinamakan dengan titik, simpul atau *node*.
2. Sebuah himpunan $E = E(G)$ merupakan pasangan terurut dari simpul-simpul yang berbeda dinamakan *edge* (sisi).

Suatu graf ditulis dengan notasi $G = (V, E)$.

Gambar 2.1 merupakan contoh dari sebuah graf.

Contoh 2.1 :



Gambar 2.1 Graf

Berdasarkan gambar 2.1, graf $G = (V, E)$ di atas yaitu :

$$V = \{A, B, C, D\}$$

$$E = \{\{A, B\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}\}$$

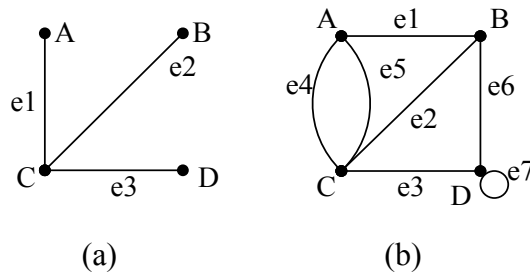
$$= \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

2.1.1 Jenis-Jenis Graf

Graf dapat diklasifikasikan berdasarkan beberapa faktor dan jenis sebagai berikut (Munir, 2005) :

1. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis yaitu:
 - a. Graf sederhana yaitu graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda.
 - b. Graf tak-sederhana yaitu graf yang mengandung sisi ganda atau gelang.

Contoh 2.2 :

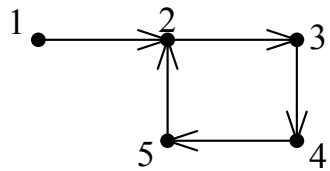


Gambar 2.2 (a) Graf Sederhana (b) Graf Tak Sederhana

2. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis :
 - a. Graf tak-berarah (*Undirected Graph*) yaitu graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.
 - b. Graf berarah (*Directed Graph* atau *Digraph*) yaitu graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah atau biasanya disebut dengan busur.

Gambar berikut ini adalah contoh dari graf berarah, graf yang setiap sisinya mempunyai arah.

Contoh 2.3 :



Gambar 2.3 Graf Berarah

2.1.2 Terminologi Graf

Terminologi (istilah) yang berkaitan dengan graf adalah sebagai berikut :

1. Bertetangga (*Adjacent*) dan bersisian (*incidence*)

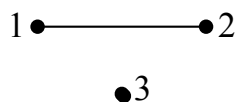
Definisi 2.2 (Lipschuts, 2002): Didefinisikan bertetangga dan bersisian dalam sebuah graf. Misalkan $e = \{(u, v)\}$ adalah sebuah sisi dalam G , yaitu u dan v adalah titik-titik ujung dari e . Simpul u dikatakan bertetangga terhadap simpul v dan sisi e dikatakan bersisian atau terhubung dengan pada u dan v .

2. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya, atau dapat juga dinyatakan bahwa simpul terpencil adalah simpul yang satupun tidak bertetangga dengan simpul-simpul lainnya (Siang, 2006).

Gambar 2.4 di bawah ini merupakan contoh dari simpul terpencil pada suatu graf.

Contoh 2.4 :



Gambar 2.4 Simpul Terpencil

Berdasarkan Gambar 2.4 , simpul 3 adalah simpul terpencil.

3. Derajat (*Degree*)

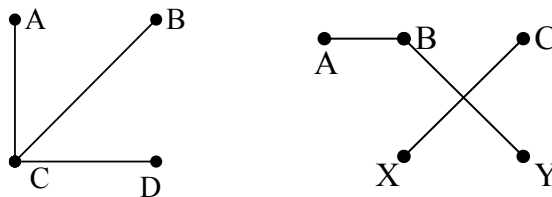
Definisi 2.3 (Siang, 2006): Misalkan v adalah simpul dalam suatu graf G . Derajat simpul v (simbol $d(v)$) adalah jumlah garis (sisi) yang berhubungan dengan simpul v dan sisi gelang (*loop*) dihitung dua kali. Derajat total G adalah jumlah derajat semua simpul dalam G .

4. Graf terhubung (*Connected Graph*)

Dua simpul v dan w dalam G dikatakan terhubung jika dan hanya jika ada lintasan dari simpul v ke w atau w ke v (Siang, 2006).

Gambar di bawah ini adalah suatu graf terhubung dan tidak terhubung.

Contoh 2.5 :



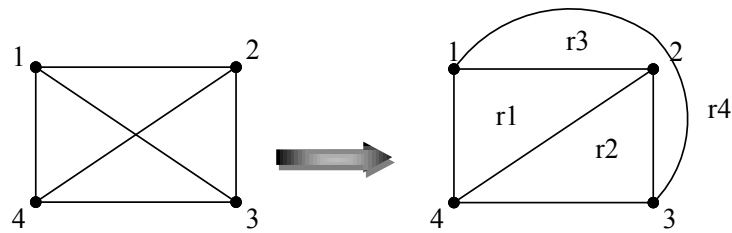
Gambar 2.5 (a) Graf Terhubung (b) Graf Tidak Terhubung

2.1.3 Graf Planar

Suatu graf dinamakan graf planar jika ia dapat digambarkan pada bidang datar sedemikian rupa sehingga tidak ada sisi yang berpotongan satu sama lain. jika tidak maka disebut dengan graf tak planar (Liu, 1995).

Berikut ini akan diberikan contoh suatu graf planar, dapat dilihat bahwa graf yang pada awalnya terdapat sisi yang saling berpotongan yaitu $e = (1,3)$ saling berpotongan dengan $e = (2,4)$ dapat digambarkan kembali sehingga tidak ada sisi yang berpotongan.

Contoh 2.6 :



Gambar 2.6 Graf Planar

Representasi graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisi yang tidak saling berpotongan disebut graf bidang. Sisi-sisi pada graf bidang membagi bidang datar menjadi beberapa wilayah (*region*) (Samuel Wibisono, 2004).

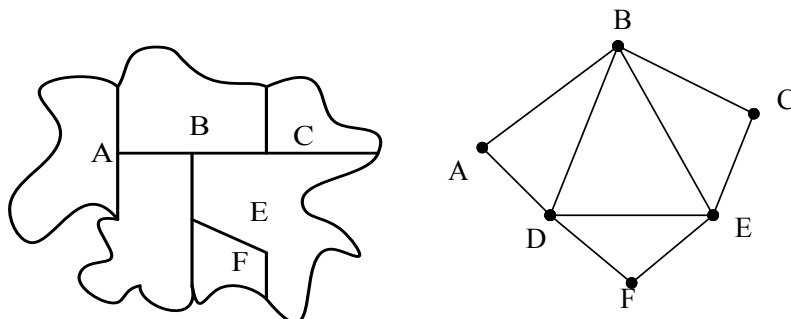
2.1.4 Graf Dual

Secara geometri graf dual adalah sebuah graf planar G yang direpresentasikan sebagai graf bidang dan dapat dibuat suatu graf G^* . Aplikasi dari graf dual adalah untuk merepresentasikan peta, karena setiap peta pada bidang datar terdiri dari sejumlah wilayah (Munir, 2005).

Cara membuat graf dual dari peta (Lipschuts, 2002) :

1. Setiap wilayah pada peta buat sebuah titik
2. Jika dua buah wilayah mempunyai sebuah sisi bersama maka simpul-simpul yang terkait dapat dihubungkan dengan sebuah garis melalui sisi bersama tersebut.

Contoh 2.7 :



Gambar 2.7 Graf Dual dari Peta

2.1.5 Representasi Graf dalam Matriks

Matriks dapat digunakan untuk menyatakan suatu graf (Siang, 2006). Berikut ini terdapat beberapa representasi graf dalam matriks :

1. Matriks ketetanggaan (*Adjacency Matrix*)

Matriks ketetanggaan digunakan untuk menyatakan keterhubungan antar simpul-simpulnya. Jumlah baris dan kolom matriks ketetanggaan sama dengan jumlah simpul dalam graf atau graf bujur sangkar $n \times n$, $A = (a_{ij})$ dengan jika ada sisi dari simpul v_i ke v_j maka elemen matriksnya bernilai 1, dan sebaliknya maka elemen matriks bernilai 0.

2. Matriks bersisian (*Incidency Matrix*)

Matriks bersisian digunakan untuk menyatakan kebersisian simpul dengan sisi. Matriks bersisian adalah matriks yang berukuran $n \times m$. Baris menunjukkan label simpul dan kolom menunjukkan label sisinya. Jika simpul terhubung dengan sisi maka elemen matriks bernilai 1, sebaliknya jika simpul tidak terhubung dengan sisi, maka elemen matriks bernilai 0.

Berdasarkan Gambar 2.2 (a) di atas, dapat direpresentasikan dalam matriks sebagai berikut :

a. Matriks ketetanggaan

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

b. Matriks Bersisian

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

2.2 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf adalah pemberian warna, yang biasanya direpresentasikan sebagai bilangan terurut mulai dari 1 atau dapat juga direpresentasikan langsung dengan menggunakan warna merah, biru, hijau dan lain-lain pada objek tertentu pada suatu graf. Objek tersebut dapat berupa simpul, sisi dan wilayah. Setiap simpul yang berdekatan atau bertetangga tidak mempunyai warna yang sama (Jusuf, 2009).

Terdapat persoalan di dalam pewarnaan graf, yaitu mewarnai graf tidak hanya sekedar mewarnai simpul-simpul dengan warna berbeda dari warna simpul tetangganya saja, namun dalam mewarnainya juga menginginkan jumlah macam warna yang digunakan sesedikit mungkin (Munir, 2005).

Pewarnaan pada graf dibedakan menjadi tiga yaitu, pewarnaan simpul, pewarnaan sisi dan pewarnaan wilayah.

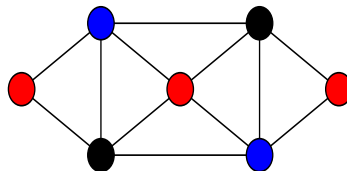
2.2.1 Pewarnaan Simpul (*Vertex Coloring*)

Definisi 2.4 (Li et al, 2010): Pewarnaan simpul dari graf G adalah sebuah proses pemberian warna-warna ke simpul-simpul suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua buah simpul yang bertetangga memiliki warna yang sama.

Graf G berwarna n jika terdapat sebuah pewarnaan dari G yang menggunakan n warna (Gross et al, 2006).

Pewarnaan simpul erat kaitannya dengan penentuan bilangan kromatik $\chi(G)$, yaitu jumlah minimal warna yang digunakan dalam mewarnai simpul (Gross et al, 2006).

Contoh 2.8 :



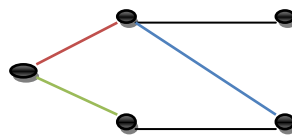
Gambar 2.8 Pewarnaan Simpul

2.2.2 Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

Definisi 2.5 (Gross et al, 2006): Suatu pewarnaan sisi- k untuk graf G adalah suatu penggunaan sebagian atau semua k warna untuk mewarnai semua sisi di G , sehingga setiap pasang sisi yang mempunyai simpul yang sama diberi warna yang berbeda.

Berikut ini adalah gambar pewarnaan sisi pada graf.

Contoh 2.9 :



Gambar 2.9 Pewarnaan Sisi

2.2.3 Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*)

Definisi 2.6 (Gross et al, 2006): Pewarnaan wilayah adalah warna yang diberikan ke setiap wilayah pada graf, sehingga tidak ada wilayah yang bersebelahan memiliki warna yang sama.

Teorema 2.1 (Munir, 2005) : Bilangan kromatik graf planar tidak lebih dari 4.

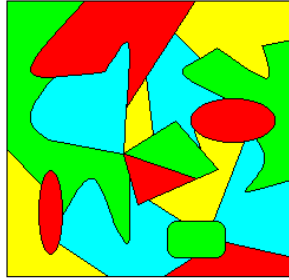
Pembuktian Teorema 2.1 ini sangat rumit dan menurut catatan sejarah pembuktiannya membutuhkan ratusan lembar kertas untuk menuliskannya. Pemecahan persoalan pewarnaan graf sangat berjasa dalam menentukan jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai sembarang peta. Selama bertahun-tahun, lima buah warna adalah jumlah yang cukup untuk mewarnai sembarang peta. Setelah beberapa ratus tahun, persoalan ini berhasil dipecahkan oleh K. Appel dan W. Haken seperti yang dikemukakan pada Teorema 2.1 di atas.

Pewarnaan wilayah ini diterapkan pada pewarnaan peta, dengan memberikan warna berbeda pada setiap wilayah yang saling bertetangga.

Mewarnai wilayah pada suatu graf dapat menggunakan prinsip pewarnaan simpul pada graf (Wibisono, 2004).

Berikut ini adalah contoh pewarnaan wilayah pada graf.

Contoh 2.10 :



Gambar 2.10 Pewarnaan Wilayah

2.3 Pewarnaan Peta

Wibisono (2004) menyebutkan beberapa prinsip yang harus diperhatikan dalam mewarnai peta yaitu:

1. Banyaknya warna yang harus digunakan harus semimum mungkin.
2. Mewarnai wilayah pada peta berarti mewarnai simpul pada graf.
3. Dua buah simpul yang terhubung oleh satu atau lebih sisi tidak boleh diberi warna yang sama.
4. Mewarnai peta pakailah sebuah warna secara optimum, artinya warna baru digunakan setelah warna pertama tidak dapat digunakan lagi.

2.4 Algoritma Greedy

Yulikuspartono (2004) menyebutkan bahwa metode *Greedy* adalah metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi optimal dari suatu permasalahan.

Algoritma *Greedy* merupakan algoritma yang menghasilkan solusi melalui penyelesaian langkah perlangkah (*step by step*) dengan menerapkan 2 hal berikut pada tiap langkahnya (Syahriza, 2009) :

1. Pilihan yang diambil merupakan pilihan terbaik yang dapat diperoleh pada saat itu tanpa memperhatikan konsekuensinya kedepan nanti, hal ini bersesuaian dengan prinsip Algoritma *Greedy* yaitu “*take what you can get now*”.
2. Berharap dengan memilih pilihan terbaik saat itu (*optimum lokal*) dapat mencapai solusi terbaik dari permasalahan yang dihadapi (*optimum global*).

Persoalan yang dipecahkan dengan algoritma *Greedy* pada umumnya tersusun oleh komponen berikut ini (Syahriza, 2009) :

1. Himpunan Kandidat C
Merupakan himpunan yang berisi elemen pembentuk solusi.
2. Himpunan Solusi S
Himpunan yang berisi elemen solusi pemecahan masalah.
3. Fungsi Seleksi
Fungsi yang memilih kandidat yang paling memungkinkan dari himpunan kandidat untuk dimasukkan ke dalam himpunan solusi agar solusi optimal terbentuk.
4. Fungsi Kelayakan
Fungsi yang memeriksa apakah satu kandidat yang terpilih akan menimbulkan solusi yang layak, yaitu kandidat tersebut bersama-sama dengan himpunan solusi yang terpilih tidak akan melanggar kendala yang berlaku pada masalah.
5. Fungsi Obyektif
Fungsi yang memaksimalkan atau meminimalkan nilai solusi.

2.4.1 Skema Umum Algoritma *Greedy*

Skema umum dari algoritma *Greedy* sebagai berikut (Hartono, 2007) :

1. Inisialisasi S dengan kosong
2. Pilih sebuah kandidat C dengan fungsi seleksi
3. Kurangi C dengan kandidat yang sudah dipilih dari langkah (2) di atas.

4. Periksa apakah kandidat yang dipilih tersebut bersama-sama dengan himpunan solusi membentuk solusi yang layak (fungsi kelayakan).
5. Periksa apakah himpunan solusi sudah memberikan solusi yang lengkap serta optimal (fungsi obyektif).

2.4.2 Rancangan Algoritma *Greedy* pada Pewarnaan Peta

Berdasarkan komponen algoritma *Greedy*, untuk menemukan solusi optimal dari permasalahan pewarnaan peta ini digunakan rancangan algoritma *Greedy* yang akan dipaparkan sebagai berikut (Amrimirza, 2007) :

1. Himpunan Kandidat C

Himpunan kandidat dalam kasus pewarnaan peta ini merupakan himpunan kandidat seluruh jenis warna yang akan digunakan untuk mewarnai peta.

2. Himpunan Solusi S

Himpunan solusi akan diisi dengan himpunan warna yang sudah digunakan untuk mewarnai peta.

3. Fungsi Seleksi

Fungsi seleksi pada kasus ini terbagi menjadi 2, yaitu :

1. Fungsi seleksi simpul

Fungsi yang menyeleksi simpul mana yang harus dikerjakan terlebih dahulu. Prioritas pengerjaan dilihat dari simpul yang memiliki sisi terbanyak (derajat).

2. Fungsi seleksi warna

Fungsi ini akan memilih warna yang akan digunakan untuk mewarnai simpul pada peta.

Penyeleksian warna ini akan dibagi menjadi 2 tahap, yaitu :

- a) Jika layak warna akan diambil dari himpunan solusi, yaitu warna yang sudah dipakai sebelumnya.
- b) Jika tidak satu pun warna dari himpunan solusi layak atau himpunan solusi masih kosong maka akan diambil warna dari

himpunan kandidat, yaitu warna yang sama sekali belum digunakan.

4. Fungsi Kelayakan

Fungsi yang akan memeriksa apakah suatu warna layak untuk digunakan pada sebuah simpul. Pemeriksaan kelayakan dapat dilakukan dengan melihat simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul yang akan diwarnai.

5. Fungsi Obyektif

Fungsi obyektif dalam kasus pewarnaan peta ini adalah meminimalkan jumlah jenis warna yang digunakan pada proses pewarnaan seluruh simpul.

2.4.3 Cara Kerja Algoritma *Greedy* pada Pewarnaan Graf

Cara kerja algoritma *Greedy* dalam kasus pewarnaan peta akan dijabarkan sebagai berikut (Amrimirza, 2007) :

1. Inisialisasi himpunan solusi dengan kosong.
2. Pemilihan simpul yang akan diisi warnanya dengan fungsi seleksi simpul.
3. Memilih kandidat warna dengan menggunakan fungsi seleksi warna. Kurangi warna pada himpunan kandidat C jika, warna diambil dari himpunan kandidat C .
4. Periksa kelayakan warna yang dipilih menggunakan fungsi kelayakan. Warna yang layak digunakan untuk simpul terpilih akan dimasukkan ke dalam himpunan solusi, jika tidak layak maka proses kembali kelangkah 2.
5. Periksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul dengan solusi optimal dengan fungsi obyektif. Proses pewarnaan akan berhenti jika pewarnaan telah mendapatkan solusi optimal, jika belum optimal kembali ke langkah 2.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

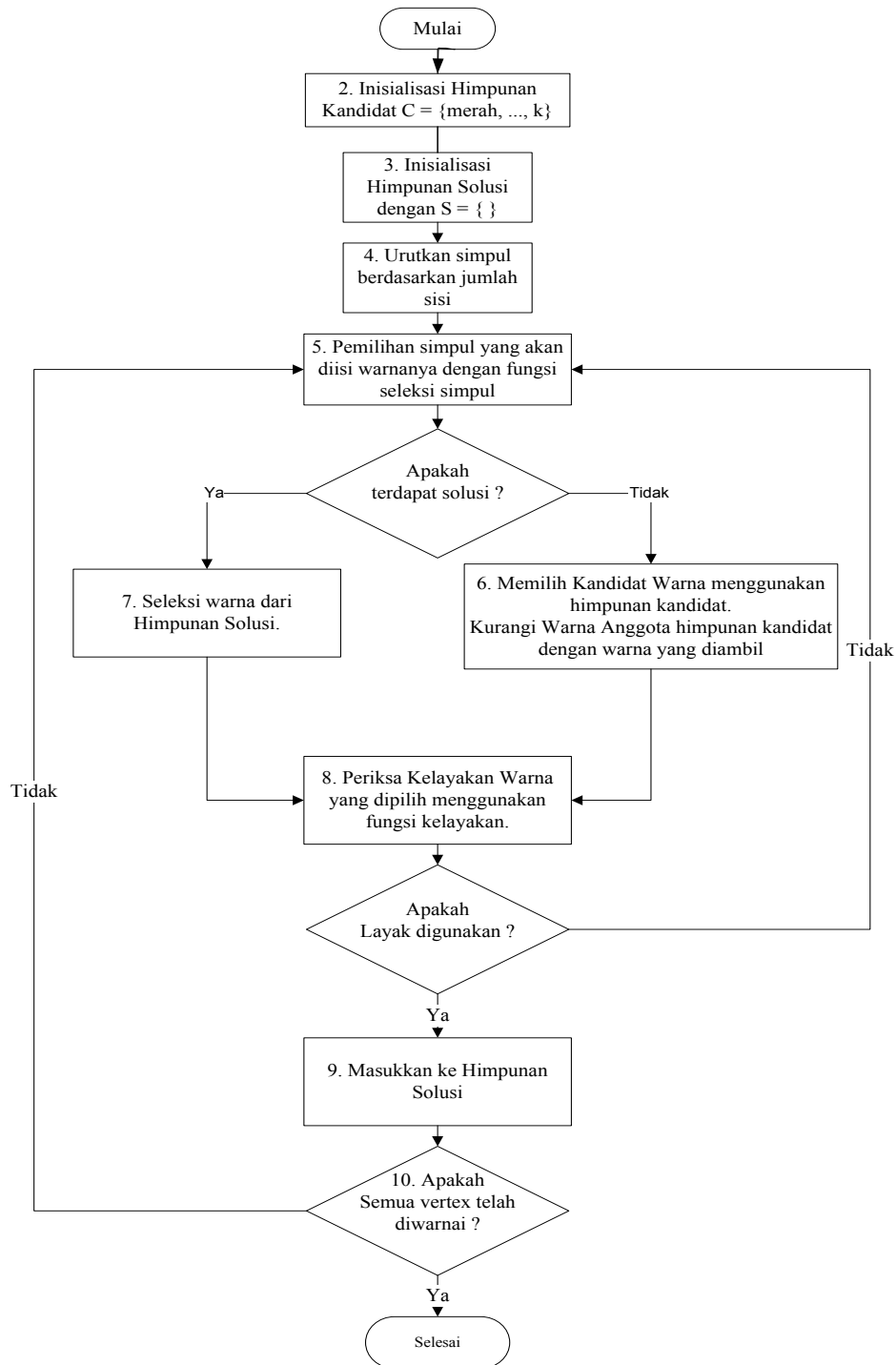
Metode yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah studi pustaka dengan cara mempelajari literatur-literatur yang berhubungan dengan graf dan pewarnaannya serta algoritma *Greedy*.

Langkah-langkah yang akan digunakan dalam penyelesaian tugas akhir ini sebagai berikut :

3.1 Metodologi Pewarnaan Wilayah

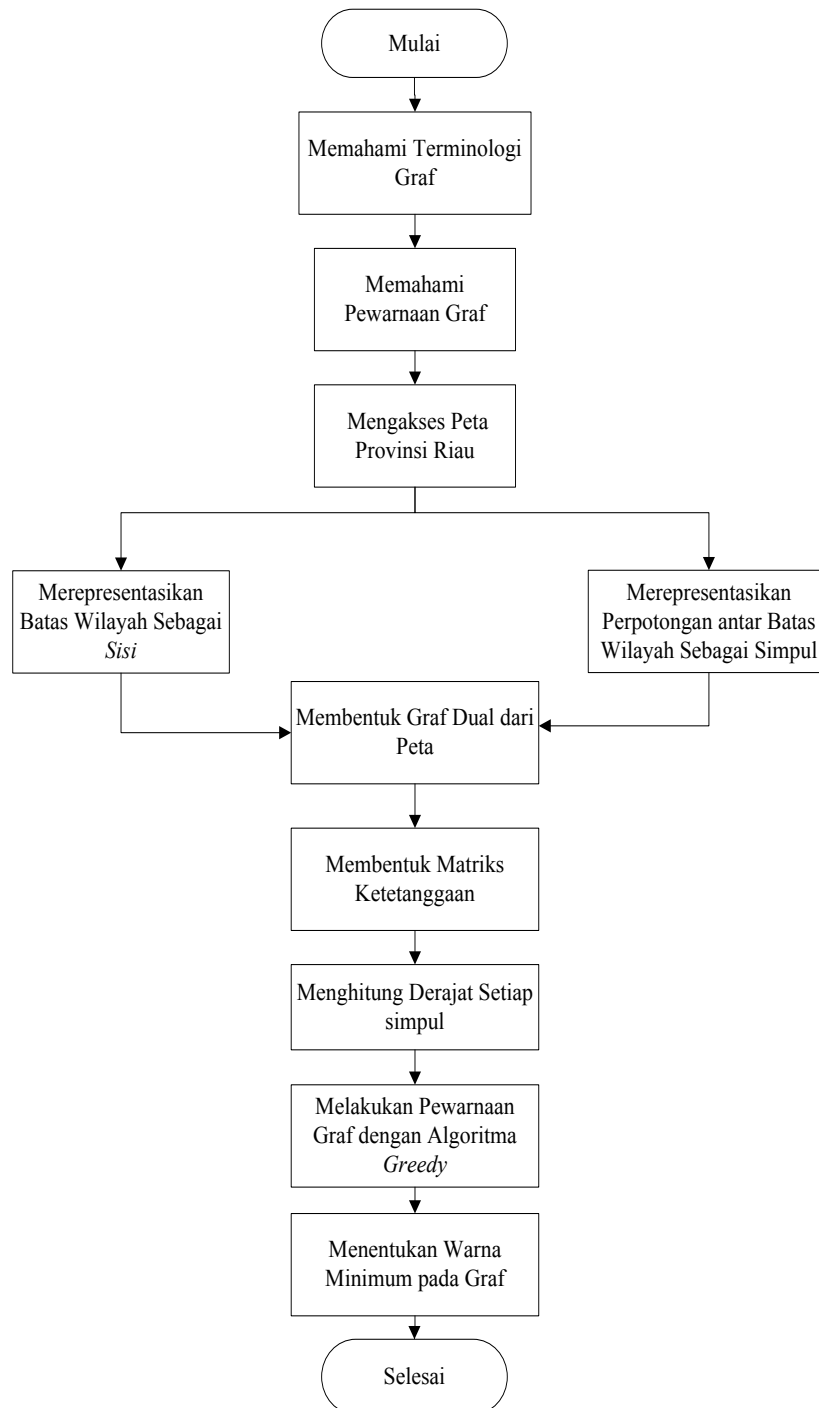
1. Memahami graf dan terminologinya.
2. Memahami pewarnaan graf.
3. Memahami peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kabupaten Kampar dengan batas-batas wilayah setiap Kecamatannya.
4. Merepresentasikan batas-batas wilayah Kecamatan sebagai sisi dan perpotongan antar batas wilayah sebagai simpul.
5. Membuat graf dual dari peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kabupaten Kampar.
6. Merepresentasikan graf dual kedalam matriks ketetanggaan yang menyatakan keterhubungan antar wilayah kecamatan.
7. Membentuk matriks ketetanggaan yang menyatakan keterhubungan antar wilayah Kabupaten satu dengan wilayah Kabupaten lainnya.
8. Menentukan derajat masing-masing simpul, yaitu menghitung banyaknya jumlah batas-batas wilayah kabupaten yang saling bertetangga.
9. Mewarnai peta Kabupaten menggunakan algoritma *Greedy*.
10. Menentukan jumlah warna minimum yang diperoleh untuk mewarnai peta.

Mewarnai peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar pada tugas akhir ini menggunakan algoritma *Greedy*. Cara kerja algoritma *Greedy* untuk pewarnaan graf dapat dibuat dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.1 *Flowchart* Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma *Greedy*

Metodologi pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kabupaten Kampar dapat direpresentasikan ke dalam *flowchart* sebagai berikut :



Gambar 3.2 *Flowchart* Metodologi Penelitian

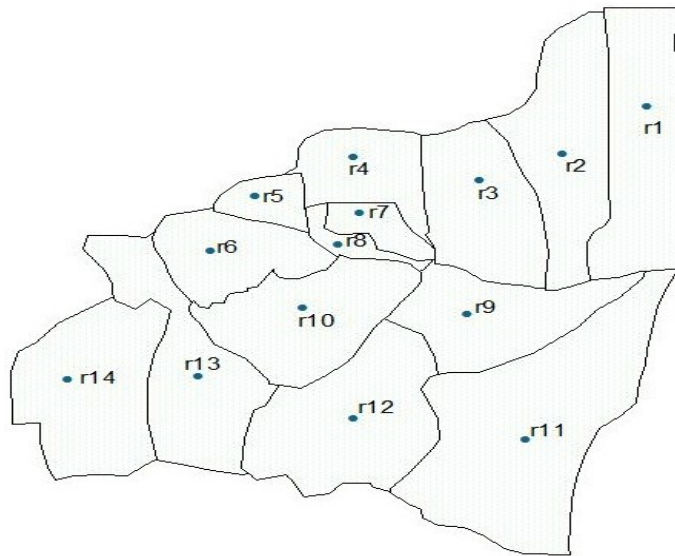
BAB IV

PEMBAHASAN DAN HASIL

Bab ini akan membahas tentang bagaimana mengaplikasikan algoritma *Greedy* dalam mewarnai 2 buah peta wilayah kabupaten di Provinsi Riau, yaitu Peta wilayah Kabupaten Indragiri Hulu dan Kabupaten Kampar serta menentukan jumlah warna minimum yang digunakan dalam kasus pewarnaan peta tersebut.

4.1 Wilayah Kabupaten Indragiri Hulu

Berikut ini adalah gambaran peta wilayah Kabupaten Indragiri Hulu :



Gambar 4.1 Peta Wilayah Kabupaten Indragiri Hulu

Keterangan dari gambar 4.1, Kecamatan-kecamatan yang berada pada Kabupaten Indragiri Hulu terdiri dari 14 kecamatan sebagai berikut :

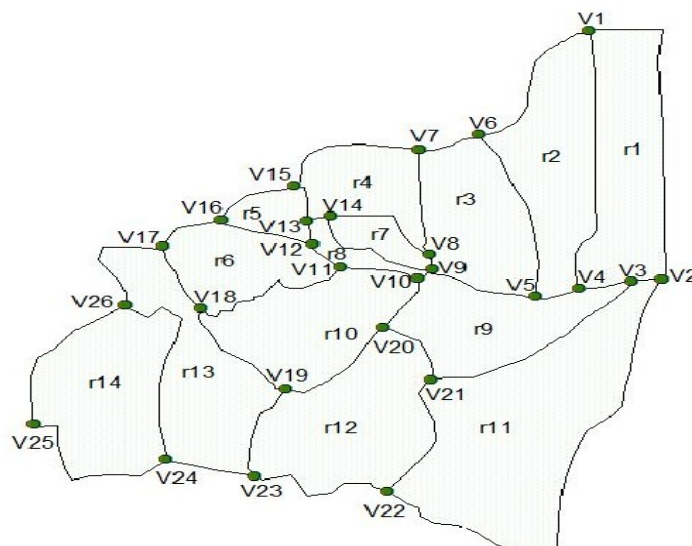
- r_1 : Kecamatan Kuala Cenaku
- r_2 : Kecamatan Rengat
- r_3 : Kecamatan Rengat Barat
- r_4 : Kecamatan Lirik
- r_5 : Kecamatan Lubuk Batu Jaya

- r_6 : Kecamatan Kelayang
- r_7 : Kecamatan Pasir Penyu
- r_8 : Kecamatan Sungai Lala
- r_9 : Kecamatan Siberida
- r_{10} : Kecamatan Rakit Kulim
- r_{11} : Kecamatan Batang Gangsal
- r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku
- r_{13} : Kecamatan Peranap
- r_{14} : Kecamatan Batang Peranap

4.2 Cara Merepresentasikan Wilayah Kabupaten Indragiri Hulu ke dalam Suatu Graf

Daerah Kabupaten Indragiri Hulu terdiri dari 14 wilayah Kecamatan dengan batas-batas wilayahnya. Peta yang terdiri dari beberapa wilayah dapat direpresentasikan menjadi suatu graf dengan merepresentasikan batas-batas wilayah sebagai sisi dan perpotongan antar batas wilayah sebagai simpul. Masing-masing wilayah Kecamatan di beri nama $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{14}$.

Berikut ini adalah gambar yang merepresentasikan daerah Kabupaten Indragiri Hulu ke dalam suatu graf :



**Gambar 4.2 Wilayah (*region*) Kabupaten Indragiri Hulu
Terdiri dari 26 Simpul dan 38 Sisi.**

Berdasarkan Gambar 4.2, Kabupaten Indragiri Hulu merupakan suatu graf bidang yang membagi ruang atau bidang ke dalam daerah-daerah terhubung yang disebut dengan wilayah (*region*) (Lipschuts, 2002).

Region terdiri dari simpul dan sisi yang menghubungkannya, maka gambar di atas terdiri dari simpul dan sisi yang menghubungkannya yaitu :

$$G = (V, E)$$

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}\}$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_1), (v_4, v_5), (v_5, v_6), (v_6, v_1), (v_6, v_7), (v_8, v_9), (v_8, v_{14}), (v_9, v_5), (v_9, v_{10}), (v_{10}, v_{11}), (v_{10}, v_{20}), (v_{11}, v_{12}), (v_{12}, v_{13}), (v_{13}, v_{14}), (v_{14}, v_9), (v_{15}, v_7), (v_{15}, v_{13}), (v_{15}, v_{16}), (v_{16}, v_{12}), (v_{16}, v_{17}), (v_{17}, v_{18}), (v_{17}, v_{26}), (v_{18}, v_{11}), (v_{18}, v_{19}), (v_{19}, v_{20}), (v_{20}, v_{21}), (v_{21}, v_3), (v_{21}, v_{22}), (v_{22}, v_2), (v_{22}, v_{23}), (v_{23}, v_{19}), (v_{23}, v_{24}), (v_{24}, v_{25}), (v_{25}, v_{26}), (v_{26}, v_{24})\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}\}.$$

4.3 Graf Dual dari Peta Kabupaten Indragiri Hulu

Cara membuat graf dual dari peta Kabupaten Indragiri Hulu adalah dengan merepresentasikan wilayah Kecamatan sebagai simpul pada graf dengan notasi $V = \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\}$ dan Merepresentasikan setiap wilayah kecamatan yang saling bertetangga sebagai sebuah sisi.

Berdasarkan Gambar 4.2, dapat dibuat graf dual dari peta Kabupaten Indragiri Hulu dengan simpul dan sisi sebagai berikut :

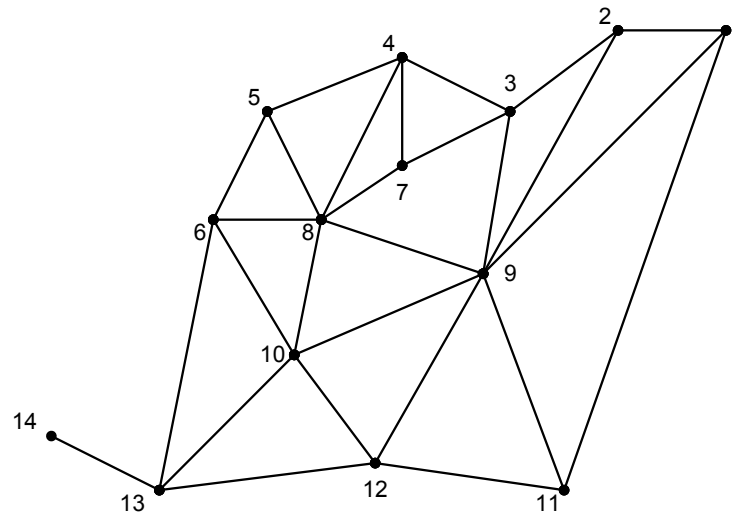
$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

$$E = \{(1,2), (1,9), (1,11), (2,3), (2,9), (3,4), (3,7), (3,9), (4,5), (4,7), (4,8), (5,6), (5,8), (6,8), (6,10), (6,13), (7,8), (8,9), (8,10), (9,10), (9,11), (9,12), (10,12), (10,13), (11,12), (12,13), (13,14)\}.$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}\}.$$

Graf dual dari peta Kabupaten Indragiri Hulu adalah seperti gambar 4.3 sebagai berikut :



Gambar 4.3. Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu

4.4 Membentuk Matriks Ketetanggaan Peta Kabupaten Indragiri Hulu

Matriks ketetanggaan merupakan suatu matriks yang dapat menyatakan keterhubungan antar simpul, yang mana pada kasus sebuah peta matriks ini berfungsi untuk mengetahui apakah wilayah satu dengan wilayah lainnya saling berhubungan.

Matriks ketetanggaan peta Kabupaten Indragiri Hulu yang terdiri dari 14 wilayah Kecamatan direpresentasikan sebagai simpul, dapat dibentuk ke dalam matriks 14×14 sebagai berikut :

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4.5 Menentukan Derajat Setiap Simpul pada Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu

Derajat setiap wilayah yang direpresentasikan sebagai simpul dapat dihitung dengan cara menghitung berapa banyak sisi yang terhubung pada setiap simpul pada graf dualnya. Derajat setiap simpul dapat ditentukan dengan mudah dari matriks ketetangannya, yaitu dengan menjumlahkan setiap baris atau kolom pada setiap simpul v_i .

Berdasarkan matriks ketetanggaan pada peta Kabupaten Indragiri Hulu di atas dapat ditentukan derajat setiap simpulnya, dapat dilihat pada tabel 4.1 di bawah ini :

Tabel 4.1 Derajat Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Indragiri Hulu

No	Wilayah Kecamatan	Simpul Graf	Derajat Simpul $d(v_i)$
1	Kuala Cenaku	1	3
2	Rengat	2	3
3	Rengat Barat	3	4
4	Lirik	4	4
5	Lubuk Batu Jaya	5	3
6	Kelayang	6	4
7	Pasir Penyu	7	3
8	Sungai Lala	8	6
9	Siberida	9	7
10	Rakit Kulim	10	5
11	Batang Gangsal	11	3
12	Batang Cenaku	12	4
13	Peranap	13	4
14	Batang Peranap	14	1

4.6 Pewarnaan Wilayah pada Peta Kabupaten Indragiri Hulu Menggunakan Algoritma *Greedy*

Pewarnaan pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dilakukan dengan konsep pewarnaan wilayah (*region coloring*). Sub-bab ini akan dijelaskan bagaimana jalannya algoritma *Greedy* untuk pewarnaan peta kabupaten Indragiri Hulu. Berikut ini akan di jelaskan tahap-tahapnya :

1. Membangun himpunan kandidat warna

Himpunan kandidat warna yang akan digunakan untuk mewanai peta kabupaten ini elemennya terdiri dari 10 jenis warna. Himpunan kandidat $C = \{\text{Merah, Biru, Hijau, Ungu, Orange, Biru Muda, Kuning, Pink, Coklat, Abu – abu}\}$.

2. Melakukan inisialisasi himpunan solusi S

Inisialisasi himpunan solusi dengan kosong, karena pada tahap selanjutnya nanti himpunan solusi akan memuat elemen warna yang telah digunakan untuk mewarnai simpul. Himpunan $S = \{\}$.

3. Mengurutkan simpul

Mengurutkan simpul disini adalah urutan simpul dari yang mempunyai jumlah sisi terbanyak atau dengan kata lain, simpul diurutkan berdasarkan jumlah derajat dari yang paling besar hingga yang paling kecil. Melakukan pewarnaan pada graf di mulai dari simpul yang memiliki jumlah derajat paling banyak.

Berdasarkan Tabel 4.1, dapat dibentuk kembali tabel yang berisikan pengurutan simpul berdasarkan jumlah derajat paling banyak sebagai berikut :

Tabel 4.2 Pengurutan Simpul Peta Kabupaten Indragiri Hulu Berdasarkan Jumlah Derajat Terbanyak

No	Wilayah Kecamatan	Simpul Graf	Derajat Simpul $d(v_i)$
1	Siberida	9	7
2	Sungai Lala	8	6
3	Rakit Kulim	10	5
4	Rengat Barat	3	4
5	Lirik	4	4
6	Kelayang	6	4
7	Batang Cenaku	12	4
8	Peranap	13	4
9	Kuala Cenaku	1	3
10	Rengat	2	3
11	Lubuk Batu Jaya	5	3
12	Pasir Penyu	7	3
13	Batang Gangsal	11	3
14	Batang Peranap	14	1

4. Fungsi seleksi

Fungsi seleksi ini terbagi menjadi 2 yaitu :

a. Fungsi seleksi simpul

Tahap seleksi simpul ini akan dipilih simpul awal yang akan diwarnai terlebih dahulu. Prioritas pengerjaan dilihat dari simpul yang memiliki jumlah derajat terbanyak. Berdasarkan seleksi simpul dari Tabel 4.2, simpul yang memiliki derajat terbanyak adalah simpul 9 maka dipilih simpul 9.

b. Fungsi seleksi warna

Tahap selanjutnya yaitu memilih warna yang akan digunakan untuk simpul 9, pada tahap seleksi warna ini dibagi kembali dalam dua tahap yakni jika layak warna akan diambil dari himpunan solusi, yaitu warna yang sudah dipakai pada simpul sebelumnya. Jika tidak satupun warna dari himpunan solusi layak atau himpunan solusi masih kosong, akan diambil warna dari himpunan kandidat C , yaitu warna yang sama sekali belum digunakan.

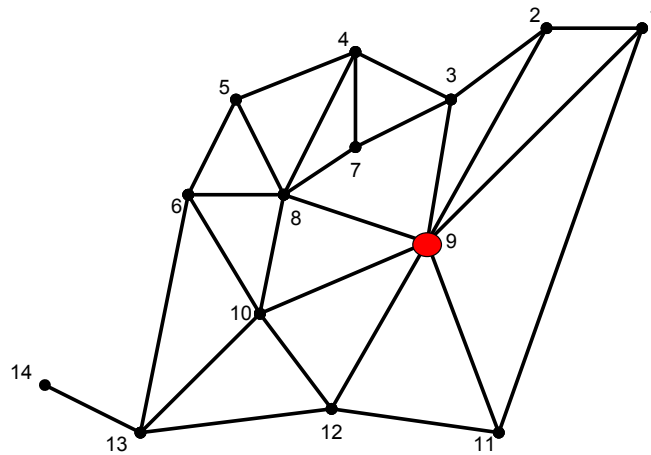
Seleksi warna dari himpunan kandidat, warna yang akan digunakan untuk simpul 9 diambil dari himpunan kandidat warna, dipilih warna merah yang merupakan kandidat warna pertama dari himpunan kandidat C . Selanjutnya, karena elemen kandidat warna telah digunakan satu buah elemen, berarti elemen himpunan kandidat C sekarang tinggal 9 anggota jenis warna yaitu:

$$C = \{Biru, Hijau, Ungu, Orange, Biru Muda, Kuning, Pink, Coklat, Abu - abu\}.$$

5. Fungsi kelayakan

Tahap ini akan memeriksa kelayakan warna merah yang digunakan untuk simpul 9, dapat ketahui dari matriks ketetanggaannya. Simpul 9 bertetangga dengan 7 buah simpul yang belum diwarnai, sehingga warna merah ini otomatis dianggap layak digunakan untuk simpul 9.

Simpul 9 yang telah diwarnai dapat dilihat seperti gambar berikut :



Gambar 4.4. Pewarnaan pada Simpul 9

6. Himpunan solusi

Warna merah yang telah digunakan untuk simpul 9 di atas, dimasukkan ke dalam himpunan solusi karena warna dianggap layak. Himpunan solusi yang terbentuk yaitu :

$$S = \{Merah\}.$$

7. Fungsi obyektif

Proses selanjutnya adalah memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul dengan solusi optimal, jika sudah maka berhenti dan jika belum kembali ke langkah seleksi simpul.

Pewarnaan simpul pada tahap ini belum optimal karena simpul belum diwarnai semua sehingga solusi optimal belum didapat. Pewarnaan simpul pada simpul ini disebut dengan solusi lokal, maka selanjutnya akan kembali pada seleksi simpul.

8. Simpul yang akan diwarnai selanjutnya adalah ke simpul yang mempunyai derajat paling banyak kedua, yaitu simpul 8.

Selanjutnya akan di seleksi warna yang dianggap layak digunakan untuk simpul 8, pada tahap sebelumnya dapat dilihat bahwa himpunan solusi telah

terisi oleh satu kandidat warna. Sehingga, pada tahap ini akan diambil warna dari himpunan solusi tersebut yaitu warna merah.

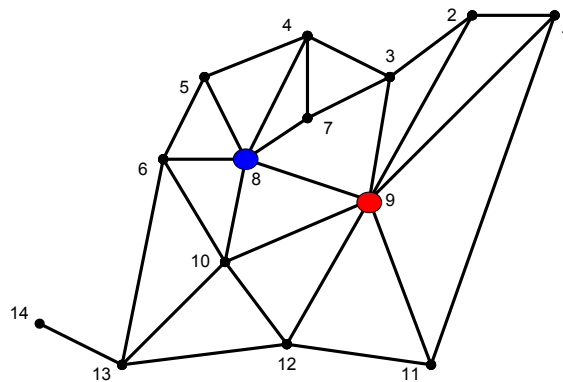
Periksa kelayakan warna merah, dengan melihat simpul tetangga dari simpul 8. Simpul yang bertetangga dengannya adalah simpul 9 telah diberi warna merah. Merah dianggap tidak layak digunakan untuk simpul 8, karena nantinya tidak akan memberikan solusi yang layak.

Selanjutnya, kembali dilakukan seleksi simpul dan simpul yang dipilih simpul 8. Seleksi warna dari himpunan kandidat warna, diambil warna baru dari himpunan kandidat warna yaitu warna biru. Warna yang diambil untuk mewarnai simpul 8 diambil dari himpunan kandidat warna, sehingga anggota himpunannya sekarang adalah :

$$C = \{Hijau, Ungu, Orange, Biru\}$$

Setelah warna diambil maka akan di periksa kembali kelayakannya, simpul yang bertetangga dengan simpul 8 tidak ada bewarna biru sehingga biru layak digunakan pada simpul ini.

Pewarnaan pada simpul 8 dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.5 Pewarnaan Simpul 8 Menggunakan Biru

Langkah selanjutnya adalah memasukkan warna biru kedalam himpunan solusi, sehingga :

$$S = \{Merah, Biru\}$$

Selanjutnya lakukan pemeriksaan seluruh simpul menggunakan fungsi obyektif. Hasil pewarnaan belum optimum maka ulangi proses seleksi simpul.

9. Tahap berikutnya kembali menyeleksi simpul terpilih simpul 10.

Selanjutnya akan dilakukan seleksi warna yang akan digunakan untuk simpul ini. Warna akan diambil dari himpunan solusi, dipilih elemen pertama dari himpunan solusi yaitu merah yang akan digunakan. Periksa kelayakan warna, dengan melihat simpul yang bertetangga dengan simpul 10. Setelah diperiksa ternyata warna tersebut telah digunakan pada simpul 9 yang bertetangga dengan simpul 10, otomatis warna ini tidak layak digunakan untuk simpul 10.

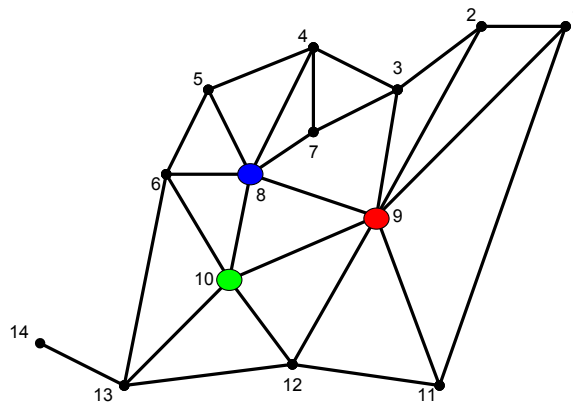
Tahap berikutnya kembali pada seleksi simpul yang akan diisi warnanya, kembali dipilih simpul 10 dan warna akan diambil kembali dari himpunan solusi. Elemen himpunan solusi yang diambil kali ini adalah elemen ke dua, yaitu warna biru yang akan digunakan untuk simpul ini. Periksa kelayakan warna yang digunakan pada simpul ini dengan melihat simpul yang bertetangga dengannya, terlihat dari Gambar 4.5 bahwa simpul 8 yang bertetangga dengan simpul 10 telah diberi warna biru dan berarti otomatis warna ini tidak layak digunakan pada simpul 10.

Selanjutnya dipilih kembali simpul ini dan seleksi warna yang akan digunakan, karena warna di himpunan solusi tidak satupun menghasilkan solusi yang layak maka akan diambil warna baru dari himpunan kandidat. Warna diambil dari himpunan C yaitu hijau, sehingga elemen himpunan C sekarang adalah :

$$C = \{Ungu, Orange, Biru Muda, Kuning, Pink, Coklat, Abu - abu\}.$$

Periksa kelayakan warna, warna hijau dianggap layak karena tidak satupun simpul yang bertetangga dengan simpul 10 diwarnai dengan hijau.

Simpul 10 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.6 Pewarnaan Simpul 10 Menggunakan Hijau

Warna hijau yang telah digunakan untuk mewarnai simpul 10 dimasukkan ke dalam himpunan solusi sehingga, solusi lokal yang terbentuk terdiri dari tiga elemen yaitu :

$$S = \{Merah, Biru, Hijau\}$$

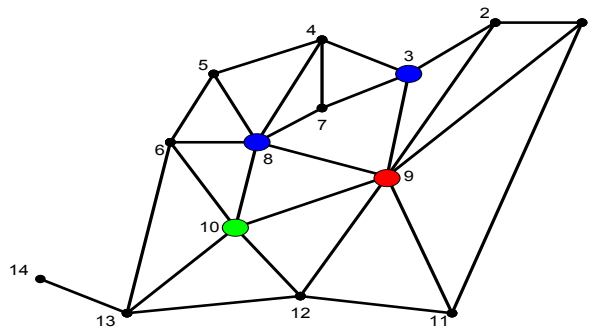
Lakukan kembali pemeriksaan seluruh simpul menggunakan fungsi obyektif. Setelah diperiksa ternyata masih ada simpul yang belum diwarnai sehingga pewarnaan belum menghasilkan solusi optimal.

10. Tahap selanjutnya seleksi simpul yang akan dipilih dari simpul berderajat 4 yaitu simpul 3, 4, 6, 12 atau 13. Dipilih simpul 3.

Selanjutnya seleksi warna untuk simpul 3, warna diambil dari himpunan solusi, dipilih warna dari elemen pertamanya yaitu merah. Periksa kelayakan warna merah yang digunakan pada simpul 3, warna yang digunakan tidak layak pada simpul ini karena simpul 9 yang bertetangga dengan simpul 3 telah diwarnai dengan merah.

Selanjutnya dipilih kembali simpul 3 untuk diwarnai, warna yang diseleksi dari himpunan solusi dan dipilih warna ke dua yaitu biru. Periksa kelayakan warna biru pada simpul 3, dapat dilihat pada Gambar 4.6. Simpul 3 layak diwarnai menggunakan warna biru karena tidak ada simpul tetangganya memiliki warna yang sama.

Simpul 3 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar sebagai berikut :



Gambar 4.7 Pewarnaan Simpul 3 Menggunakan Biru

Warna biru yang telah digunakan untuk mewarnai simpul 3 dimasukkan ke dalam himpunan solusi. Sehingga, solusi lokal yang terbentuk tetap terdiri dari tiga elemen yaitu :

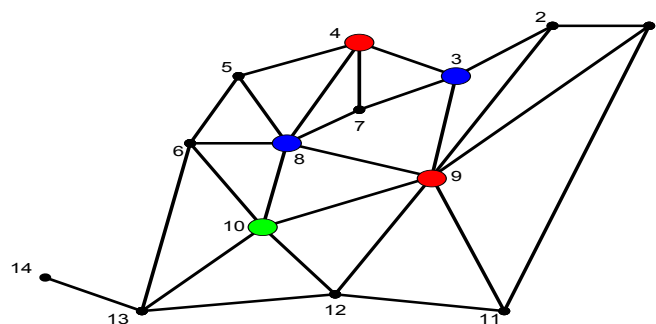
$$S = \{Merah, Biru, Hijau\}$$

Periksa seluruh simpul dengan fungsi obyektif. Pewarnaan seluruh simpul belum optimal, maka kembali ke langkah seleksi simpul.

11. Berdasarkan fungsi seleksi simpul, pewarnaan berikutnya akan dikerjakan adalah simpul 4, 6, 12 atau simpul 13. Saat ini simpul yang dipilih simpul 4.

Selanjutnya akan diseleksi warna yang diberikan pada simpul 4, warna akan dipilih kembali dari himpunan solusi. Warna yang dipilih adalah merah kemudian periksa kelayakan warna merah yang digunakan pada simpul 4 dapat dilihat pada Gambar 4.7 , warna merah layak digunakan pada simpul ini karena tidak terdapat warna sama yang bertetangga dengannya.

Simpul 4 yang telah diwarnai sebagai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.8 Pewarnaan Simpul 4 Menggunakan Merah

Solusi lokal yang terbentuk setelah simpul 4 diwarnai, masih tetap 3 warna yang terdapat dalam himpunan solusi yaitu :

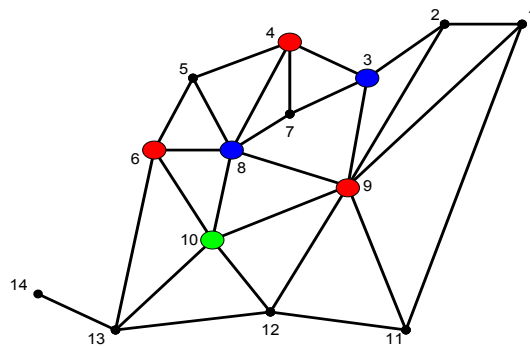
$$S = \{Merah, Biru, Hijau\}$$

Proses selanjutnya pemeriksaan simpul dengan fungsi obyektif. Pewarnaan seluruh simpul belum optimal, maka kembali pada seleksi simpul.

12. Penyeleksian simpul dilakukan kembali dengan memilih kandidat simpul 6, 12 atau 13. Simpul yang dipilih adalah simpul 6.

Selanjutnya akan diseleksi warna dari himpunan solusi, warna yang diambil adalah merah. Setelah dipilih warna yang digunakan pada simpul 6, akan dilakukan pemeriksaan kelayakan warna merah yang telah diberikan pada simpul 6. Berdasarkan fungsi kelayakan, warna merah layak digunakan untuk mewarnai simpul 6 karena simpul yang bertetangga dengannya tidak ada mempunyai warna yang sama.

Warna yang diberikan ke simpul 6 dapat di lihat pada gambar berikut :



Gambar 4.9 Pewarnaan Simpul 6 Menggunakan Merah

Himpunan solusi lokal yang terbentuk setelah simpul 6 diwarnai dengan warna merah masih terdiri dari 3 jenis warna yaitu :

$$S = \{Merah, Biru, Hijau\}.$$

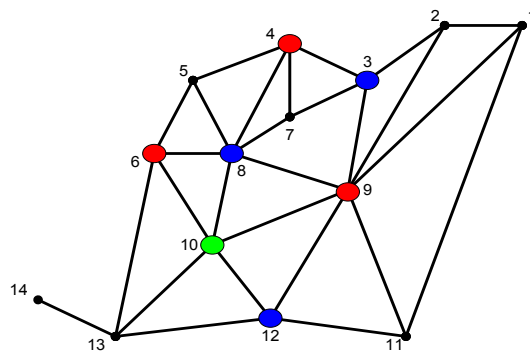
Proses selanjutnya pemeriksaan simpul dengan fungsi obyektif. Pewarnaan seluruh simpul belum optimal, maka kembali pada seleksi simpul.

13. Simpul yang akan diseleksi selanjutnya adalah simpul 12 atau 13. Dipilih simpul 12.

Simpul ini akan diwarnai dengan menyeleksi warna yang terdaftar dalam himpunan solusi, warna yang diambil adalah merah dan selanjutnya diperiksa kelayakan warnanya. warna merah tidak layak digunakan pada simpul ini, karena berdasarkan gambar 4.9 simpul 12 bertetangga dengan simpul 9 yang telah diwarnai dengan merah.

Berikutnya kembali dipilih simpul 12 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna merah maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari Gambar 4.9 simpul ini layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya memiliki warna berbeda dengannya.

Pewarnaan pada simpul 12 dapat dilihat pada gambar 4.10 di bawah ini :



Gambar 4.10 Pewarnaan Simpul 12 Menggunakan Biru

Himpunan solusi lokal yang terbentuk setelah simpul 12 diwarnai dengan biru maka himpunan warna tetap terdiri dari 3 warna sebelumnya yaitu :

$$S = \{Merah, Biru, Hijau\}$$

Proses selanjutnya pemeriksaan simpul dengan fungsi obyektif. Pewarnaan seluruh simpul belum optimal, maka kembali pada seleksi simpul.

14. Tahap ini akan dipilih satu simpul berikutnya yang mempunyai derajat 4 yaitu Simpul 13.

Selanjutnya simpul 13 akan diwarnai, akan diseleksi warna dari himpunan solusi, agar pemakaian warna yang digunakan optimal maka akan dipilih warna merah kembali. Periksa kelayakannya warna, fungsi kelayakan memeriksa warna simpul yang bertetangga dengan simpul 13, simpul tetangganya yang telah diberi warna adalah simpul 12 dengan warna Biru, simpul 10 dengan warna hijau dan simpul 6 berwarna merah. Terdapat warna merah yang telah digunakan pada simpul tetangganya, sehingga warna merah tidak layak digunakan untuk simpul 13.

Berikutnya akan diseleksi kembali warna dari himpunan solusi hingga simpul 13 diwarnai dengan warna yang layak digunakan. Warna yang dipilih berlanjut ke warna Biru dan periksa kelayakannya. Warna tersebut tidak menghasilkan solusi yang layak. Karena, simpul tetangganya yaitu simpul 12 telah diwarnai dengan warna biru.

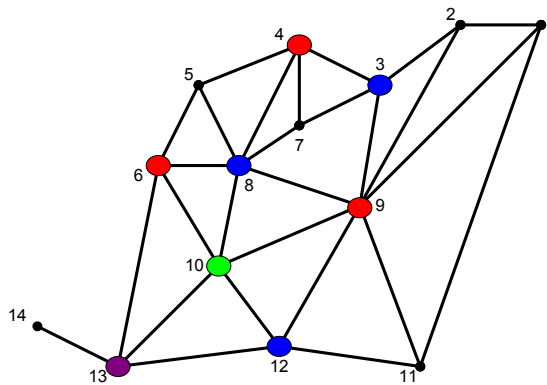
Simpul 13 belum diwarnai dengan warna yang layak, selanjutnya seleksi kembali warna dari himpunan solusi dan kali ini dipilih warna hijau. Periksa warna hijau untuk simpul ini, berdasarkan fungsi kelayakan. Warna hijau dianggap tidak layak digunakan untuk simpul 13 karena simpul 10 yang bertetangga dengannya telah diwarnai dengan hijau.

Warna yang terdapat dalam himpunan solusi lokal tidak satu pun memberikan solusi yang layak untuk simpul 13. Simpul tersebut akan diwarnai dengan warna yang terdaftar pada himpunan pembentuk solusi, 7 jenis warna dalam himpunan kandidat diseleksi dan dipilih warna dari himpunan kandidat yaitu warna ungu. Setelah simpul 13 diwarnai dengan warna yang diambil dari himpunan kandidat warna. Warna yang terdaftar dalam himpunan kandidat C berkurang satu, sehingga warna anggotanya terdiri dari 6 jenis sebagai berikut:

$$C = \{Orange, Hitam, Kuning, Pink, Coklat, Abu - abu\}.$$

Selanjutnya periksa kelayakan warna berdasarkan fungsi kelayakan, warna ungu layak digunakan untuk simpul 13.

Simpul 13 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.11 Pewarnaan Simpul 13 Menggunakan Ungu

Selanjutnya adalah memasukkan warna ungu ke dalam himpunan solusi sehingga himpunan solusinya sekarang beranggotakan empat elemen warna sebagai berikut:

$$S = \{\text{Merah}, \text{Biru}, \text{Hijau}, \text{Ungu}\}.$$

Proses pewarnaan dengan algoritma *Greedy* dilanjutkan dengan memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul ? (fungsi obyektif) setelah diperiksa, terdapat 6 simpul yang belum diwarnai.

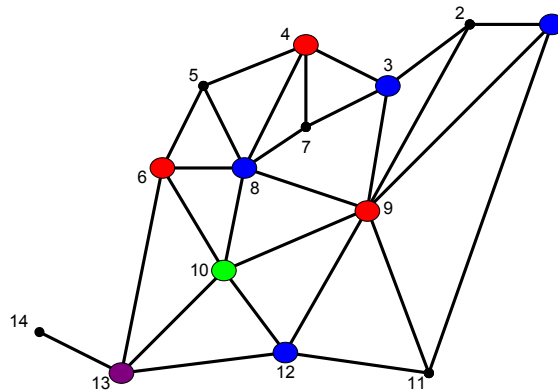
15. Tahap selanjutnya diseleksi kandidat simpul yang berderajat 3, akan dipilih simpul 1, 2, 5, 7 atau simpul 11.

Simpul yang dipilih adalah simpul 1 untuk diwarnai. Selanjutnya, dilakukan seleksi warna yang dari himpunan solusi. Warna dipilih adalah merah yang merupakan elemen pertama dari himpunan solusi. Proses selanjutnya memeriksa kelayakan warna merah yang digunakan untuk simpul 1 dengan cara melihat warna simpul yang bertetangga dengannya. Simpul 1 bertetangga dengan simpul 9 yang telah diwarnai menggunakan warna merah, berarti secara otomatis warna ini tidak layak digunakan untuk simpul 1.

Selanjutnya kembali menyeleksi simpul, dipilih kembali simpul 1 untuk diwarnai dengan mengambil warna anggota ke dua dari himpunan solusi. Warna yang dipilih adalah biru, kemudian periksa kelayakannya dengan

melihat simpul tetangga dari simpul 1. Pemeriksaan telah dilakukan dan diperoleh warna biru layak digunakan untuk simpul tersebut.

Simpul 1 yang telah diberi warna dapat di lihat pada Gambar 4.12 berikut :



Gambar 4.12 Pewarnaan Simpul 1 Menggunakan Biru

Himpunan solusi lokal yang terbentuk setelah simpul 1 diwarnai dengan warna biru tetap terdiri dari 4 elemen warna yaitu:

$$S = \{\text{Merah}, \text{Biru}, \text{Hijau}, \text{Ungu}\}.$$

Proses pewarnaan dengan algoritma *Greedy* dilanjutkan dengan memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul ? (fungsi obyektif) setelah diperiksa, terdapat 5 simpul yang belum diwarnai.

16. Tahap selanjutnya akan diseleksi simpul yang tersisa dari kandidat simpul yang berderajat 3 yaitu simpul 2, 5, 7 atau simpul 11.

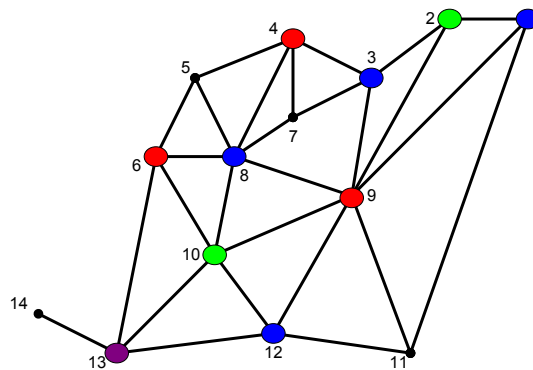
Dipilih simpul 2 yang akan diwarnai, kemudian seleksi warna yang akan digunakan pada simpul ini. Warna diseleksi dari himpunan solusi, dipilih warna merah untuk mewarnai simpul 2. Proses selajutnya adalah memeriksa kelayakan warna yang digunakan pada simpul 2, diperiksa warna simpul yang bertetangga dengannya. Berdasarkan Gambar 4.12 terdapat warna merah pada simpul 9, simpul 9 bertetangga dengan simpul 2 sehingga warna merah yang diambil untuk mewarnai simpul 2 tidak layak digunakan.

Selanjutnya kembali pada proses memilih simpul 2 untuk diwarnai menggunakan warna ke dua yang dipilih dari himpunan solusi yaitu biru.

Periksa kelayakan warnanya, simpul tetangga dari simpul 2 adalah simpul 1 dan 3 yang telah diwarnai dengan warna biru. Warna biru tidak layak digunakan kembali pada simpul 2, karena nantinya tidak akan membentuk suatu solusi layak.

Seleksi simpul di ulangi kembali dan dipilih simpul 2, karena ke dua warna dari himpunan solusi tidak memberikan solusi yang layak, maka warna yang akan dipilih selanjutnya yaitu elemen ke tiga dari himpunan solusi yakni hijau. Lakukan pemeriksaan kelayakan warna dilihat dari warna simpul yang bertetangga dengan simpul 2. Dilihat dari Gambar 4.12 tidak terdapat simpul tetangganya yang diwarnai dengan hijau, berarti simpul 2 layak diwarnai menggunakan warna hijau.

Simpul 2 yang telah diwarnai dengan warna hijau dapat dilihat pada gambar berikut ini :



Gambar 4.13 Pewarnaan Simpul 2 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 2 diwarnai masih tetap terdiri dari 4 elemen warna yaitu:

$$S = \{Merah, Biru, Hijau, Ungu\}.$$

Proses pewarnaan dengan algoritma *Greedy* dilanjutkan dengan memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul ? (fungsi obyektif) setelah diperiksa, terdapat 4 simpul yang belum diwarnai.

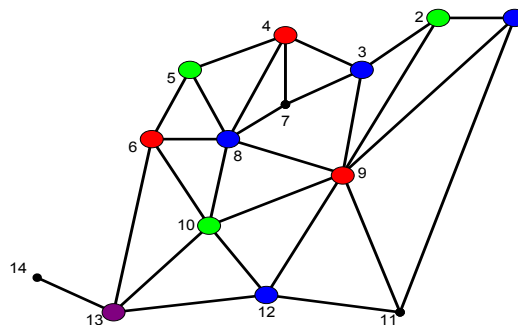
17. Penyeleksian simpul yang akan dikerjakan berlanjut pada simpul 5, 7 atau 11. Simpul yang dipilih simpul 5.

Selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan untuk simpul 5 dari himpunan solusi, dipilih warna merah. Merah akan diperiksa kelayakannya, simpul bertetangga dengan simpul 5 yaitu simpul 4 dan 6 yang telah diwarnai dengan merah. warna merah tidak layak digunakan pada simpul 5.

Berikutnya kembali ke seleksi simpul dan dipilih kembali simpul 5 untuk diwarnai. Warna diseleksi dari himpunan solusi, dipilih warna kedua yaitu biru. Lakukan pemeriksaan kelayakan warna tersebut, setelah diperiksa ternyata warna biru juga tidak menghasilkan solusi yang layak karena simpul 8 yang merupakan tetangga dari simpul 5 telah diwarnai dengan warna biru.

Selanjutnya dipilih kembali simpul 5, karena belum didapatkan solusi lokal yang layak. Lakukan kembali seleksi warna dari himpunan kandidat, dipilihlah elemen ke tiga yaitu hijau. Periksa kelayakan warna dengan melihat simpul yang bertetangga dengan simpul yang akan diberi warna. Berdasarkan fungsi kelayakan, warna hijau dianggap layak digunakan pada simpul 5 karena tidak satupun warna tetangganya memiliki warna yang sama dengannya.

Simpul 5 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.14 Pewarnaan Simpul 5 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 2 diwarnai masih tetap terdiri dari 4 elemen warna yaitu:

$$S = \{Merah, Biru, Hijau, Ungu\}.$$

Proses pewarnaan dengan algoritma *Greedy* dilanjutkan dengan memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul ? (fungsi obyektif).

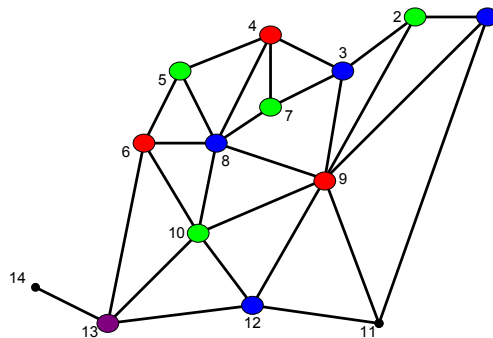
18. Proses selanjutnya dilakukan kembali seleksi simpul dari simpul berderajat 3 yaitu simpul 7 atau 11. Terpilih simpul 7.

Selanjutnya akan diseleksi warna dari himpunan solusi untuk mewarnai simpul yang terpilih. Pilih warna merah dari himpunan solusi kemudian periksa kelayakan warna, warna yang dipilih tidak layak digunakan karena simpul 4 yang bertetangga dengan simpul 7 telah diwarnai dengan warna merah.

Selanjutnya kembali menyeleksi simpul yang akan diwarnai, terpilih kembali simpul 7. Seleksi warna dari himpunan solusi dan untuk pewarnaan kedua dari simpul ini akan dipilih warna biru, Selanjutnya warna diperiksa kelayakannya. Warna yang diambil tidak layak, karena simpul 8 dan 3 telah diberi warna biru.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 7. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena simpul 7 memiliki warna berbeda dengan simpul tetangganya.

Berikut ini adalah gambar pewarnaan simpul dari solusi lokal yang terbentuk dan dapat dilihat bahwa simpul 7 telah diwarnai:



Gambar 4.15 Pewarnaan Simpul 7 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 7 diwarnai tetap terdiri dari 4 jenis warna yaitu:

$$S = \{Merah, Biru, Hijau, Ungu\}.$$

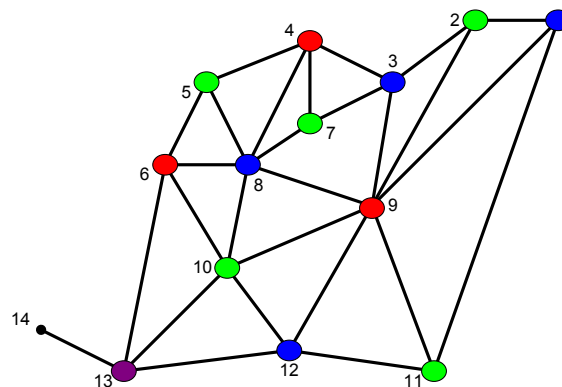
19. Kembali seleksi simpul dari simpul berderajat 3 yaitu simpul 11.

Simpul ini akan diwarnai, Selanjutnya akan diseleksi warna dari himpunan solusi untuk mewarnai simpul yang terpilih. Pilih warna merah dari himpunan solusi kemudian periksa kelayakan warna, warna yang dipilih tidak layak digunakan karena simpul 9 yang bertetangga dengan simpul 11 telah diwarnai dengan warna merah.

Warna merah tidak layak maka lakukan kembali seleksi simpul yang akan diwarnai, terpilih kembali simpul 11. Seleksi warna dari himpunan solusi dan untuk pewarnaan kedua dari simpul ini akan dipilih warna biru, Selajutnya warna diperiksa kelayakannya. Warna yang diambil tidak layak, karena simpul 1 dan 12 telah diberi warna biru.

Warna biru juga tidak layak digunakan pada simpul 11, selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarna, terpilih simpul 11. Seleksi warna dari himpunan solusi, warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, warna yang dipilih diaanggap layak karena simpul 11 memiliki warna berbeda dengan simpul tetangganya.

Berikut ini adalah gambar pewarnaan simpul dari solusi lokal yang terbentuk dan dapat dilihat bahwa simpul 11 telah diwarnai dengan warna yang layak :



Gambar 4.16 Pewarnaan Simpul 11 Menggunakan Hijau

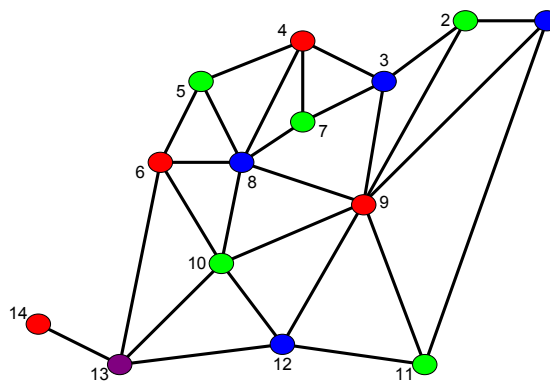
Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 11 diwarnai masih beranggotakan 4 elemen yaitu $S = \{Merah, Biru, Ungu\}$.

Periksa kembali apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul ?, pewarnaan simpul masih belum selesai dilakukan karena, setelah diseleksi dengan fungsi seleksi masih terdapat satu buah simpul yang belum diwarnai.

20. Selanjutnya akan dipilih simpul terakhir yaitu simpul 14 berderajat 1.

Seleksi warna yang akan dilakukan pewarnaan terhadap simpul terpilih. maka akan diambil kembali warna dari himpunan solusi yaitu warna yang akan digunakan kembali adalah merah, selanjutnya periksa kelayakan warna. warna merah layak digunakan untuk simpul 14, karena tidak terdapat satupun simpul tetangga yang memiliki warna sama dengan simpulnya.

Berikut ini adalah gambar pewarnaan simpul yang terbentuk dan dapat dilihat bahwa simpul 14 telah diwarnai dengan warna yang layak :



Gambar 4.17 Pewarnaan Simpul 14 Menggunakan Merah

Warna hijau yang telah digunakan untuk mewarnai simpul 14 dimasukkan ke dalam himpunan solusi kembali sehingga himpunannya tetap terdiri 4 elemen warna yaitu:

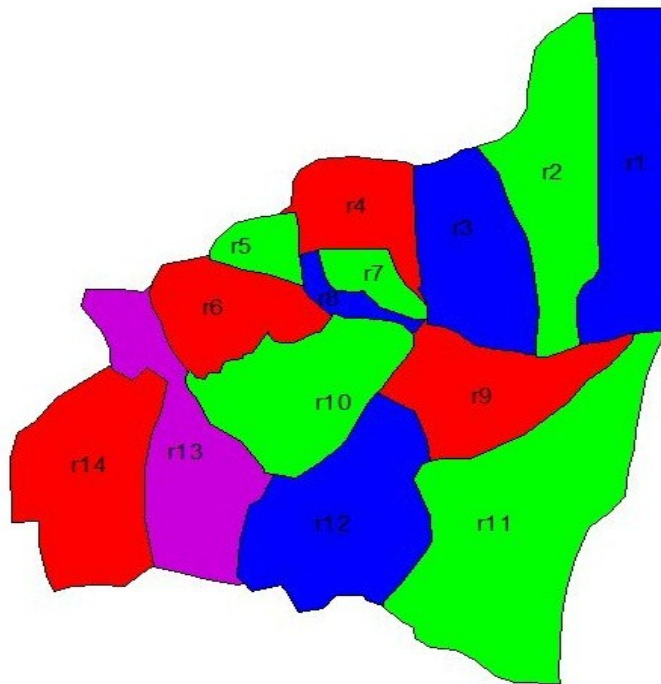
$$S = \{Merah, Biru, Hijau, Ungu\}.$$

Selanjutnya adalah memeriksa kondisi pewarnaan graf dengan fungsi obyektif, apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul dan optimal? ya, karena seluruh simpul telah diwarnai semua. Pewarnaan keseluruhan simpul diatas disebut dengan solusi optimum global. Proses pewarnaan simpul pada peta Kabupaten Indragiri Hulu selesai.

4.7 Menentukan Jumlah Warna Minimum Peta Kabupaten Indragiri Hulu

Jumlah warna minimum atau disebut dengan bilangan kromatik yang diperoleh pada pewarnaan wilayah kecamatan peta Kabupaten Indragiri Hulu menggunakan algoritma *Greedy* dapat dilihat dari berapa banyak anggota warna dalam himpunan solusi. Tujuan dari pewarnaan wilayah ini tercapai, karena solusi optimal yang didapatkan sesuai dengan yang diharapkan yaitu meminimumkan nilai solusi dalam hal ini warna yang digunakan hanya 4 warna dari 10 jenis warna yang disediakan.

Peta Kabupaten Indragiri Hulu yang telah diwarnai kecamatan-kecamatanannya sebagai berikut :



**Gambar 4.18 Pewarnaan Wilayah Kecamatan
Peta Kabupaten Indragiri Hulu**

Berdasarkan Gambar 4.18, dapat diketahui batas-batas setiap wilayah Kecamatan Kabupaten Inhu Sebagai berikut :

1. Kec. r_1 : Kuala Cenaku berbatasan dengan r_2 : Rengat, r_9 : Kecamatan Siberida dan r_{11} : Batang Gangsal.

2. Kec. r_2 : Rengat berbatasan dengan r_1 : Kuala Cenaku, r_3 : Rengat Barat, r_9 : dan Kecamatan Siberida.
3. Kec. r_3 : Rengat Barat berbatasan dengan r_2 : Rengat berbatasan, r_4 : Lirik, r_7 : Pasir Penyu dan r_9 : Kecamatan Siberida.
4. Kec. r_4 : Lirik berbatasan dengan r_3 : Rengat Barat, r_5 : Lubuk Batu Jaya, r_7 : Pasir Penyu dan r_8 : Kecamatan Sungai Lala.
5. Kec. r_5 : Lubuk Batu Jaya berbatasan dengan r_4 : Lirik, r_6 : Kelayang dan r_8 : Kecamatan Sungai Lala.
6. Kec. r_6 : Kelayang berbatasan dengan r_5 : Lubuk Batu Jaya, r_8 : Sungai Lala, r_{10} : Rakit Kulim dan r_{13} : Kecamatan Peranap.
7. Kec. r_7 : Pasir Penyu berbatasan dengan r_3 : Rengat Barat, r_4 : Lirik dan r_8 : Kecamatan Sungai Lala,
8. Kec. r_8 : Sungai Lala berbatasan dengan r_4 : Lirik, r_5 : Lubuk Batu Jaya, r_6 : Kelayang, r_7 : Pasir Penyu, r_9 : Siberida dan r_{10} : Kecamatan Rakit Kulim.
9. Kec. r_9 : Siberida berbatasan dengan r_1 : Kuala Cenaku, r_2 : Rengat, r_3 : Rengat Barat, r_8 : Sungai Lala, r_{10} : Rakit Kulim, r_{11} : Batang Gangsal dan r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku.
10. Kec. r_{10} : Kecamatan Rakit Kulim berbatasan dengan r_6 : Kelayang, r_8 : Sungai Lala, r_9 : Siberida dan r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku.
11. Kec. r_{11} : Kecamatan Batang Gangsal berbatasan dengan r_1 : Kuala Cenaku, r_9 : Siberida dan r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku.
12. Kec. r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku berbatasan dengan Kec. r_9 : Siberida, r_{10} : Rakit Kulim, r_{11} : Batang Gangsal dan r_{13} : Kecamatan Peranap.
13. Kec. r_{13} : Kecamatan Peranap berbatasan dengan r_6 : Kelayang, r_{10} : Rakit Kulim, r_{12} : Batang Cenaku dan r_{14} : Kecamatan Batang Peranap.
14. Kec. r_{14} : Batang Peranap berbatasan dengan r_{13} : Kecamatan Peranap.

Berdasarkan Gambar 4.18 di atas, dapat diketahui bahwa untuk mendapatkan solusi pewarnaan optimal pada peta Kabupaten Inhu, setiap kecamatan dapat dibentuk ke dalam kelompok-kelompok sebagai berikut:

1. r_4 : Kecamatan Lirik, r_9 : Kecamatan Siberida, r_6 : Kecamatan Kelayang dan

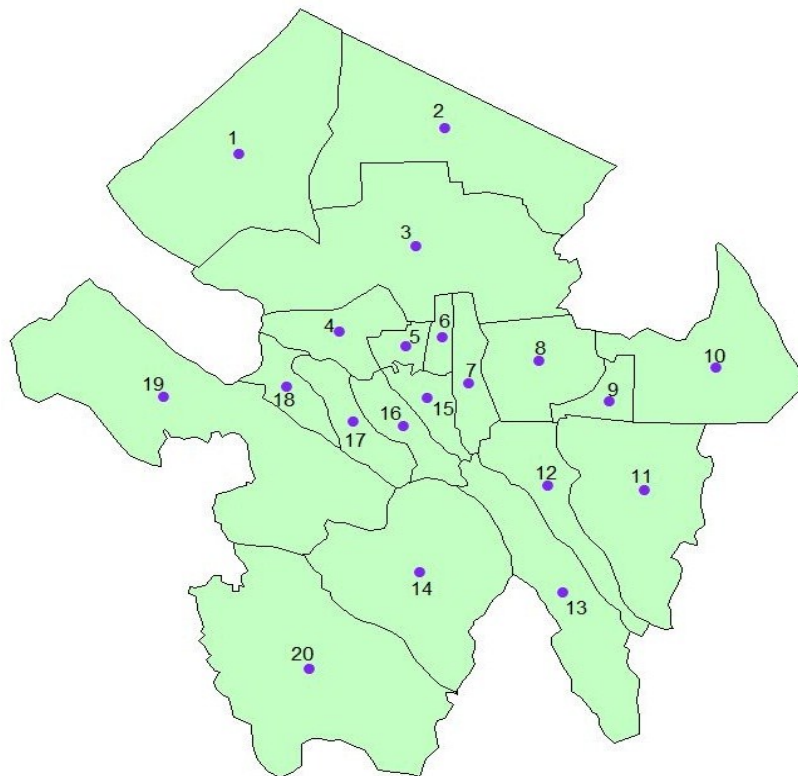
r_{14} : Kecamatan Batang Peranap.

2. r_1 : Kecamatan Kuala Cenaku, r_3 : Kecamatan Rengat Barat, r_8 : Kecamatan Sungai Lala, dan r_{12} : Kecamatan Batang Cenaku.
3. r_2 : Kecamatan Rengat, r_5 : Kecamatan Lubuk Batu Jaya, r_7 : Kecamatan Pasir Penyu, r_{10} : Kecamatan Rakit Kulim dan r_{11} : Kecamatan Batang Gangsal.
4. r_{13} : Kecamatan Peranap.

Setiap kelompok di atas harus diberi warna yang berbeda dan setiap anggota yang tergabung dalam satu kelompok harus diberi warna yang sama dengan warna kelompoknya. Pewarnaan pada peta Kab. Inhu didapatkan solusi optimalnya adalah 4 warna.

4.8 Wilayah Kabupaten Kampar

Berikut ini adalah gambaran peta Kabupaten Kampar :



Gambar 4.19 Peta Wilayah Kabupaten Kampar

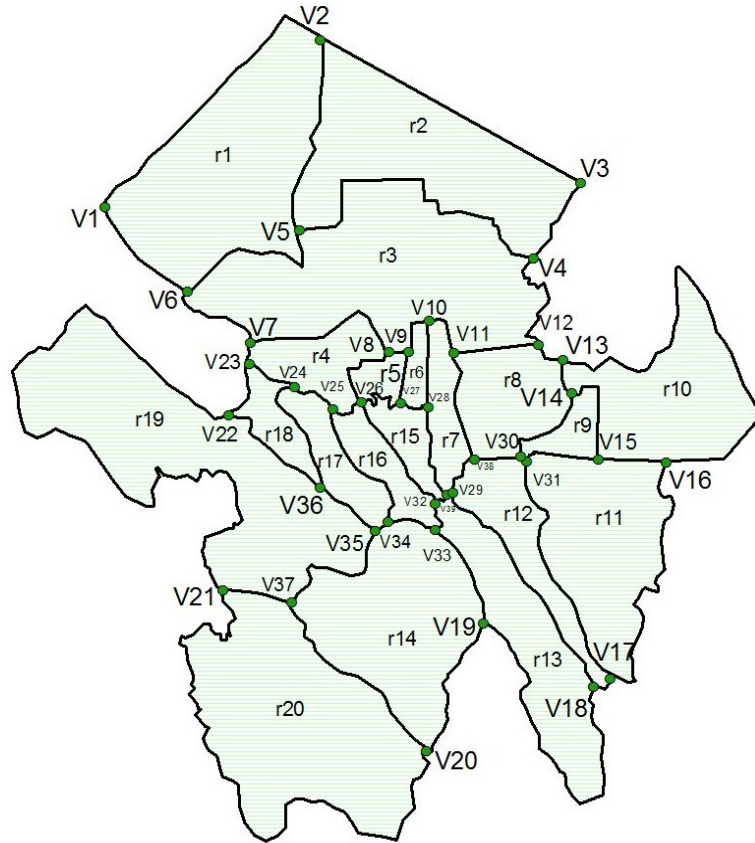
Keterangan dari gambar 4.19, Kecamatan-kecamatan pada kabupaten Kampar terdiri dari 20 wilayah kecamatan sebagai berikut :

1. Tapung Hulu
2. Tapung Hilir
3. Tapung
4. Bangkinag Seberang
5. Kampar Utara
6. Rumbio Jaya
7. Kampar timur
8. Tambang
9. Perhentian Raja
10. Siak Hulu
11. Kampar Kiri Hilir
12. Kampar Kiri Tengah
13. Gunung Sahilan
14. Kampar Kiri
15. Kampar
16. Bangkinang
17. Salo
18. Bangkinang Barat
19. XIII Koto Kampar
20. Kampar Kiri Hulu

4.9 Cara Merepresentasikan Wilayah Kabupaten Kampar ke dalam Sebuah Graf

Peta Daerah Kabupaten Kampar terdiri dari 20 wilayah kecamatan dengan batas-batas wilayahnya. Cara merepresentasikan daerah Kabupaten Kampar ke dalam suatu graf adalah dengan merepresentasikan perpotongan antar batas Kecamatan sebagai simpul dan batas-batas wilayah kecamatan sebagai sisi.

Berikut ini adalah gambar yang merepresentasikan wilayah Kabupaten Kampar ke dalam suatu graf agar terlihat beberapa wilayah pada graf bidang yang membagi peta menjadi 20 wilayah :



Gambar 4.20 Wilayah (*region*) Kabupaten Kampar terdiri dari 39 Simpul dan 58 Sisi.

Wilayah terdiri dari simpul dan sisi yang menghubungkannya, maka berdasarkan Gambar 4.20 di atas, terdiri dari dari simpul dan sisi yang menghubungkannya yaitu :

$$G = (V, E)$$

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{24}, v_{25}, v_{26}, v_{27}, v_{28}, v_{29}, v_{30}, v_{31}, v_{32}, v_{33}, v_{34}, v_{35}, v_{36}, v_{37}, v_{38}, v_{39}\}$$

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_6), (v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_4, v_{13}), (v_5, v_6), \\ (v_6, v_7), (v_7, v_8), (v_8, v_9), (v_9, v_{10}), (v_{10}, v_{11}), (v_{11}, v_{12}), (v_{12}, v_{13}), (v_{13}, v_{14}), \\ (v_{13}, v_{16}), (v_{14}, v_{15}), (v_{15}, v_{16}), (v_{16}, v_{17}), (v_{17}, v_{18}), (v_{18}, v_{19}), (v_{18}, v_{29}), \\ (v_{19}, v_{20}), (v_{20}, v_{21}), (v_{21}, v_{22}), (v_{22}, v_{23}), (v_{23}, v_7), (v_{23}, v_{24}), (v_{24}, v_{25}), \\ (v_{25}, v_{26}), (v_{26}, v_8), (v_{26}, v_{27}), (v_{27}, v_9), (v_{27}, v_{28}), (v_{28}, v_{10}), (v_{28}, v_{39}), \\ (v_{29}, v_{39}), (v_{29}, v_{38}), (v_{30}, v_{14}), (v_{30}, v_{31}), (v_{31}, v_{15}), (v_{31}, v_{17}), (v_{32}, v_{26}), \\ (v_{32}, v_{33}), (v_{32}, v_{39}), (v_{33}, v_{19}), (v_{33}, v_{34}), (v_{34}, v_{25}), (v_{34}, v_{35}), (v_{35}, v_{36}), \\ (v_{35}, v_{37}), (v_{36}, v_{22}), (v_{36}, v_{24}), (v_{37}, v_{20}), (v_{37}, v_{21}), (v_{38}, v_{11}), (v_{38}, v_{30})\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, \\ e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}, e_{41}, e_{42}, e_{43}, \\ e_{44}, e_{45}, e_{46}, e_{47}, e_{48}, e_{49}, e_{50}, e_{51}, e_{52}, e_{53}, e_{54}, e_{55}, e_{56}, e_{57}, e_{58}\}$$

4.10 Graf Dual Peta Kabupaten Kampar

Cara membuat graf dual peta Kabupaten Kampar adalah dengan merepresentasikan wilayah Kecamatan sebagai simpul pada graf dengan notasi $V = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$ dan merepresentasikan setiap wilayah kecamatan yang saling bertetangga sebagai sebuah sisi. Berdasarkan Gambar 4.21, dapat dibuat graf dual dari peta Kabupaten Kampar dengan simpul dan sisi sebagai berikut :

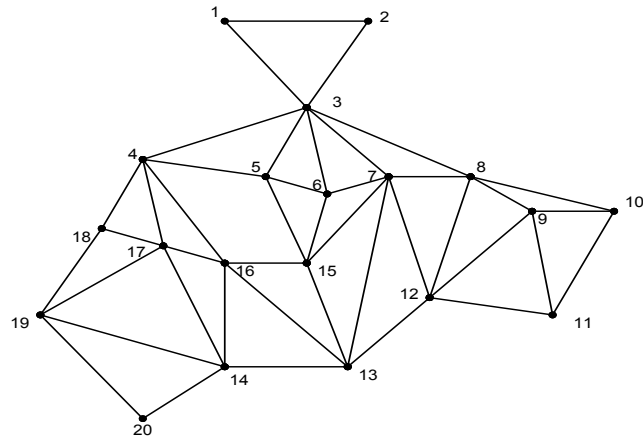
$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 5), (4, 16), (4, 17), \\ (4, 17), (4, 18), (5, 6), (5, 15), (6, 7), (6, 15), (7, 8), (7, 12), (7, 13), (7, 15), \\ (8, 9), (8, 10), (8, 12), (9, 10), (9, 11), (9, 12), (10, 11), (11, 12), (12, 13), \\ (13, 14), (13, 15), (13, 16), (14, 16), (14, 17), (14, 19), (14, 20), (15, 16), \\ (16, 17), (17, 18), (17, 19), (18, 19), (19, 20)\}$$

$$E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}, e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}, e_{22}, e_{23}, \\ e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}, e_{28}, e_{28}, e_{29}, e_{30}, e_{31}, e_{32}, e_{33}, e_{34}, e_{35}, e_{36}, e_{37}, e_{38}, e_{39}, e_{40}\}.$$

Graf dual dari peta Kabupaten Kampar yang terbentuk adalah seperti Gmbar 4.21 di bawah ini :



Gambar 4.21 Graf Dual Peta Kabupaten Kampar

4.11 Matriks Ketetanggaan Peta Kabupaten Kampar

Matriks ketetanggaan peta Kabupaten Kampar yang terdiri dari 20 wilayah Kecamatan direpresentasikan sebagai simpulnya, dapat dibentuk ke dalam matriks 20×20 sebagai berikut :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
5	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
8	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
15	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
16	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
18	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

4.12 Menentukan Derajat Setiap Simpul pada Graf Dual Peta Kabupaten Kampar

Derajat setiap wilayah yang direpresentasikan sebagai simpul dapat dihitung, cara menghitung banyak sisi yang terhubung pada simpul simpulnya. Berdasarkan matriks ketetanggaan peta Kabupaten Kampar di atas dapat ditentukan derajat setiap simpulnya, dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut :

Tabel 4.3 Derajat Simpul Graf Dual Peta Kabupaten Kampar

No	Wilayah Kecamatan	Simpul Graf	Derajat Simpul $d(v_i)$
1	Tapung Hulu	1	2
2	Tapung Hilir	2	2
3	Tapung	3	7
4	Bangkinang Seberang	4	5
5	Kampar Utara	5	4
6	Rumbio Jaya	6	4
7	Kampar Timur	7	6
8	Tambang	8	5
9	Perhentian Raja	9	4
10	Siak Hulu	10	3
11	Kampar Kiri Hilir	11	3
12	Kampar Kiri Tengah	12	5
13	Gunung Sahilian	13	5
14	Kampar Kiri	14	5
15	Kampar	15	5
16	Bangkinang	16	5
17	Salo	17	5
18	Bangkinang Barat	18	3
19	XIII Koto Kampar	19	4
20	Kampar Kiri Hulu	20	2

Berdasarkan Tabel 4.3, dapat dilihat bahwa simpul 3 yang merepresentasikan wilayah kecamatan Tapung mempunyai batas wilayah kecamatan paling banyak yaitu sejumlah 7 wilayah kecamatan.

4.13 Pewarnaan Wilayah pada Peta Kabupaten Kampar Menggunakan Algoritma *Greedy*

Konsep jalannya Algoritma *Greedy* adalah membangun solusi optimum global dalam hal pewarnaan seluruh simpul diatas solusi optimum lokal yang dalam hal ini adalah pewarnaan pada satu simpul.

Sub-bab ini akan dijelaskan bagaimana jalannya algoritma *Greedy* untuk pewarnaan peta kabupaten Kampar, sehingga didapatkan solusi optimum globalnya.

Berikut ini adalah tahap-tahap melakukan pewarnaan wilayah menggunakan algortima *Greedy* :

1. Membangun himpunan kandidat warna C

Himpunan kandidat warna pembentuk solusi ini terdiri dari 10 jenis warna. yaitu :

$$C = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah, Ungu, Pink, Coklat, Abu - abu, Orange, Biru Muda\}$$

2. Melakukan Inisialisasi himpunan solusi S

Tahap ini lakukan inisialisasi himpunan solusi dengan kosong sebagai berikut :

$$S = \{ \}$$

3. Mengurutkan Simpul

Tahap ini akan dilakukan pengurutan simpul dari yang jumlah derajatnya paling besar hingga simpul yang mempunyai derajat kecil. Proses pewarnaan simpul akan dimulai dari derajat simpul paling besar.

Berdasarkan Tabel 4.3, dapat di bentuk kembali tabel yang berisikan pengurutan simpul berdasarkan jumlah derajat paling banyak sebagai berikut :

**Tabel 4.4 Pengurutan Simpul Graf Dual Peta
Kabupaten Kampar Berdasarkan Derajat Terbanyak**

No	Wilayah Kecamatan	Simpul Graf	Derajat Simpul $d(v_i)$
1	Tapung	3	7
2	Kampar Timur	7	6
3	Salo	17	5
4	Bangkinang	16	5
5	Kampar	15	5
6	Kampar Kiri	14	5
7	Gunung Sahilian	13	5
8	Kampar Kiri Tengah	12	5
9	Tambang	8	5
10	Bangkinang Seberang	4	5
11	XIII Koto Kampar	19	4
12	Perhentian Raja	9	4
13	Rumbio Jaya	6	4
14	Kampar Utara	5	4
15	Bangkinang Barat	18	3
16	Kampar Kiri Hilir	11	3
17	Siak Hulu	10	3
18	Kampar Kiri Hulu	20	2
19	Tapung Hilir	2	2
20	Tapung Hulu	1	2

4. Fungsi seleksi

Fungsi seleksi ini terbagi 2 yaitu :

a. Fungsi seleksi simpul

Tahap seleksi simpul ini akan dipilih simpul awal yang akan diwarnai terlebih dahulu. Prioritas pengerjaan dilihat dari simpul yang memiliki jumlah derajat terbanyak. Proses seleksi simpul berdasarkan seleksi simpul dari Tabel 4.4, simpul yang memiliki derajat terbanyak adalah simpul 3 maka pada tahap awal ini dipilih simpul 3.

b. Fungsi seleksi warna

Tahap selanjutnya yaitu memilih warna yang akan digunakan untuk simpul 3, pada tahap seleksi warna ini dibagi kembali dalam dua tahap yakni jika layak warna akan diambil dari himpunan solusi, yaitu warna yang sudah dipakai pada simpul sebelumnya. Jika tidak satupun warna dari himpunan solusi layak atau himpunan solusi masih kosong, akan diambil warna dari himpunan kandidat C , yaitu warna yang sama sekali belum digunakan.

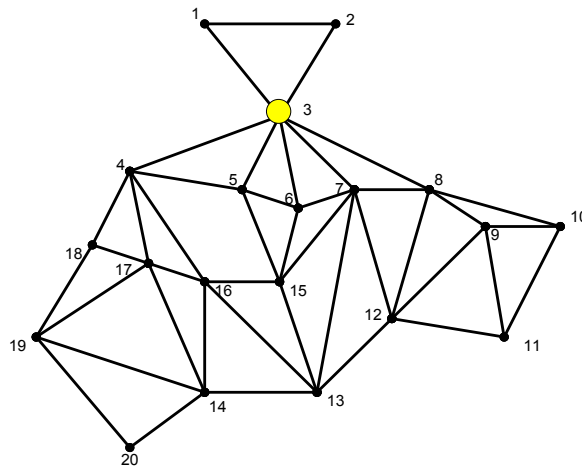
Selanjutnya, warna yang akan digunakan untuk simpul 3 diambil dari himpunan kandidat warna. Karena himpunan solusi masih kosong maka untuk langkah awal mewarnai simpul pada graf ini akan digunakan warna kuning yang merupakan kandidat warna pertama dari himpunan kandidat C . Selanjutnya, karena elemen kandidat C telah diambil satu buah elemen, maka himpunan kandidat C sekarang tinggal 9 anggota jenis warna yaitu :

$$C = \{\text{Biru}, \text{Hijau}, \text{Merah}, \text{Ungu}, \text{Pink}, \text{Coklat}, \text{Abu – abu}, \text{Orange}, \text{Biru muda}\}.$$

5. Fungsi kelayakan

Tahap ini akan memeriksa kelayakan warna kuning yang digunakan untuk simpul 3, dapat dilihat dari matriks ketetanggaannya. Simpul 3 bertetangga dengan 7 buah simpul. Warna kuning ini otomatis dianggap layak karena simpul yang bertetangga dengannya masih kosong belum terisi warna.

Simpul 3 yang telah diberiri warna dapat dilihat pada gambar sebagai berikut :



Gambar 4.22 Pewarnaan Simpul 3 Menggunakan Kuning

6. Himpunan solusi

Proses selanjutnya adalah memasukkan warna yang layak untuk simpul yang diberi warna dimasukkan ke dalam himpunan solusi. Warna kuning yang telah digunakan pada simpul 3 dimasukkan ke himpunan solusi sehingga himpunan solusi yang terbentuk yaitu :

$$S = \{Merah\}$$

7. Fungsi obyektif

Proses selanjutnya adalah memeriksa apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul dengan solusi optimal, jika sudah maka berhenti dan jika belum kembali ke langkah seleksi simpul.

8. Proses selanjutnya menyeleksi simpul yang akan diwarnai. simpul yang dipilih adalah simpul 7.

Setelah seleksi simpul dilanjutkan dengan seleksi warna yang digunakan untuk simpul 7. Warna dipilih dari himpunan solusi. Himpunan solusi telah terisi dengan warna kuning, maka warna ini akan digunakan kembali untuk pada simpul 7. Selanjutnya setelah warna dipilih, akan diperiksa kelayakannya menggunakan fungsi kelayakan. Fungsi ini akan memeriksa

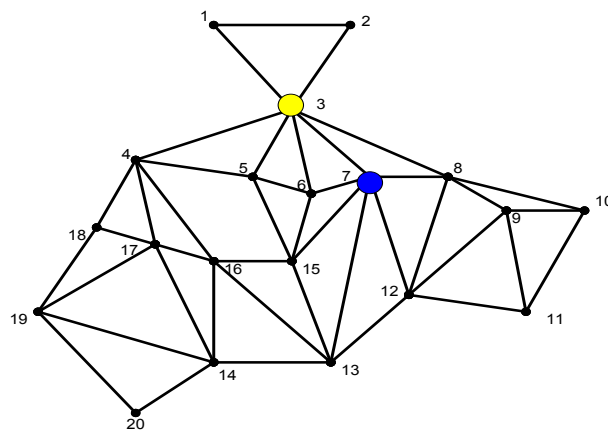
simpul yang bertetangga dengan simpul yang akan diwarnai, dapat dilihat pada matriks ketetanggaannya bahwa simpul 7 bertetangga dengan simpul 3 yang telah diwarnai dengan warna kuning pada gambar 4.22, sehingga warna ini tidak layak digunakan pada simpul 7.

Proses pewarnaan pada simpul 7 belum optimal, maka akan dilakukan kembali seleksi warna hingga mendapatkan solusi layak. seleksi warna akan dilakukan pada himpunan kandidat warna C . Karena himpunan solusi tidak memberikan solusi layak pada simpul ini maka akan dipilih satu warna kembali dari himpunan kandidat warna. Warna yang dipilih adalah warna baru yaitu biru, sehingga anggota himpunan kandidat C sekarang terdiri dari 8 anggota yaitu :

$$C = \{Hijau, Merah, Ungu, Pink, Coklat, Abu - abu, Orange, \\ Biru muda\}$$

Warna biru yang dipilih akan diperiksa kelayakannya, dapat dilihat pada gambar 4.22. Biru layak digunakan karena tidak satu pun simpul yang bertetangga dengan simpul 7 menggunakan biru.

Simpul 7 yang telah diwarnai dengan biru dapat dilihat di bawah ini:



Gambar 4.23 Pewarnaan Simpul 7 Menggunakan Biru

Proses selanjutnya setelah simpul 7 diwarnai adalah memasukkan warna biru ke dalam himpunan solusi sebagai berikut :

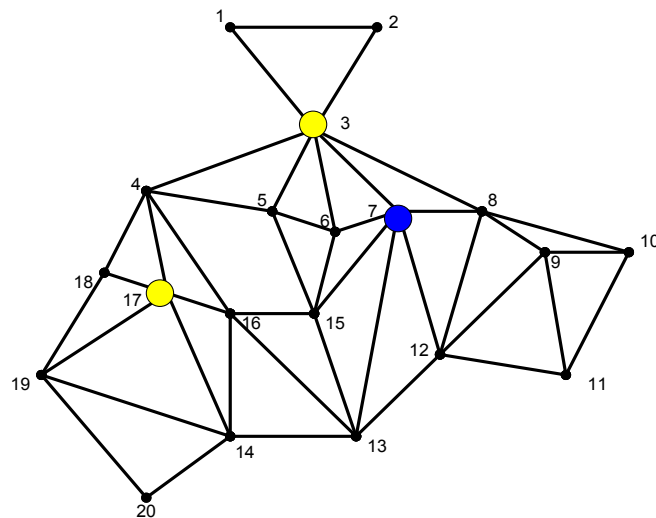
$$S = \{Kuning, Biru\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

9. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 5 yaitu simpul 17, 16, 15, 14, 13, 12, 8 atau simpul 4. Dipilih simpul 17 yang akan diwarnai terlebih dahulu.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 17 dari himpunan solusi. Himpunan solusi beranggotakan dua elemen, berdasarkan prinsip pewarnaan peta yaitu gunakan warna yang telah digunakan dengan seoptimal mungkin. Agar tujuan dari pewarnaan peta tercapai, maka dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 17 belum diwarnai.

Simpul 17 yang diwarnai dengan warna kuning dapat dilihat di bawah ini :



Gambar 4.24 Pewarnaan Simpul 17 Menggunakan Kuning

Selanjutnya, masukkan warna yang diberikan pada simpul 17 ke dalam himpunan solusi. Himpunan solusi yang terbentuk terdiri dari 2 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru\}$$

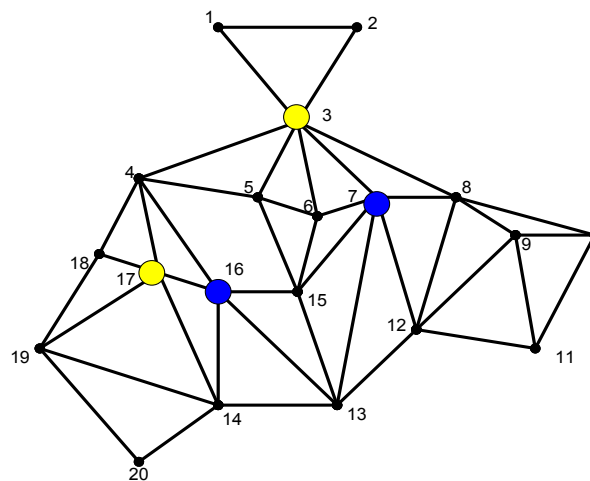
Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

10. Seleksi simpul dilakukan dan dipilih simpul dengan derajat 5 kembali yaitu simpul 16, 15, 14, 13, 12, 8 atau simpul 4. Dipilih simpul 16 yang akan diwarnai terlebih dahulu.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 16 dari himpunan solusi. Maka dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 16 yaitu simpul 17 telah diwarnai dengan kuning.

Selanjutnya kembali pada proses memilih simpul 16 untuk diwarnai menggunakan warna ke dua yang dipilih dari himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warnanya, Warna biru layak digunakan kembali pada simpul 16 karena simpul tetangganya tidak diwarnai dengan warna biru.

Simpul 16 yang diwarnai dengan warna biru dapat dilihat di bawah ini :



Gambar 4.25 Pewarnaan Simpul 16 Menggunakan Biru

Masukkan warna yang diberikan pada simpul 16 ke dalam himpunan solusi. himpunan solusi yang terbentuk tetap terdiri dari 2 elemen warna yaitu:

$$S = \{Kuning, Biru\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

- Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 15 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 15 tidak ada bewarna kuning.

The graph consists of 20 nodes labeled 1 through 20. The nodes are connected by 30 edges. The highlighted nodes are 3, 7, 15, and 17 (yellow) and 16 and 18 (blue). The graph is a complex network of interconnected triangles and quadrilaterals.

Masukkan warna yang diberikan pada simpul 15 ke dalam himpunan solusi. himpunan solusi yang terbentuk tetap terdiri dari 2 elemen warna yaitu:

Selanjutnya, lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

- IV-39

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 14 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 14 yaitu simpul 17 telah diwarnai dengan kuning.

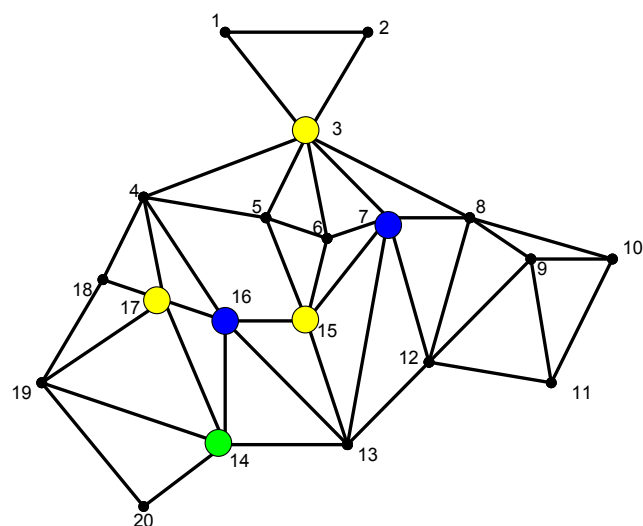
Berikutnya kembali dipilih simpul 14 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.26. Simpul ini tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 16 telah diwarnai dengan biru.

Selanjutnya kembali pada proses memilih simpul 14 untuk diwarnai menggunakan warna baru yang dipilih dari himpunan kandidat warna yaitu hijau. Sehingga himpunan kandidat C sekarang menjadi 7 anggota yaitu :

$$C = \{ \text{Merah, Ungu, Pink, Coklat, Abu – abu, Orange, Biru muda} \}$$

Periksa kelayakan warna yang diambil, Warna hijau layak digunakan pada simpul 14 karena simpul tetangganya tidak ada diwarnai dengan hijau.

Simpul 14 yang diwarnai dengan warna hijau dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.27 Pewarnaan Simpul 14 Menggunakan Hijau

Setelah simpul 14 diwarnai dengan hijau maka, warna hijau dimasukkan ke dalam himpunan solusi sehingga, solusi lokal yang terbentuk terdiri dari tiga elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

13. Seleksi simpul dilakukan dan dipilih simpul dengan derajat 5 yaitu simpul 13, 12, 8 atau simpul 4. Dipilih simpul 13 yang akan diwarnai.

Selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan untuk simpul 13 dari himpunan solusi, dipilih warna kuning. Kuning akan diperiksa kelayakannya dapat dilihat pada gambar 4.27 , simpul yang bertetangga dengan simpul 13 yaitu simpul 15 telah diwarnai dengan kuning maka warna kuning tidak layak digunakan pada simpul 13.

Berikutnya kembali dipilih simpul 13 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna ke dua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.27 simpul ini tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 16 telah diwarnai dengan biru.

Tahap berikutnya lakukan kembali seleksi simpul dan dipilih simpul 14 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan kedua simpul ini tidak layak menggunakan warna biru maka akan diambil warna ke tiga dari anggota himpunan solusi yaitu hijau. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.27 simpul ini tidak layak diwarnai dengan warna hijau karena simpul tetangganya yaitu simpul 14 telah diwarnai dengan hijau.

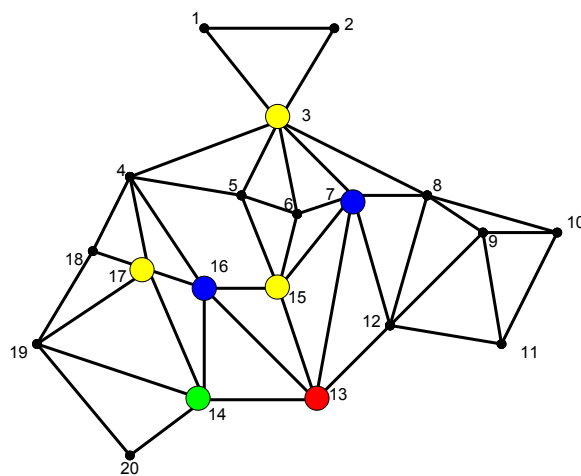
Simpul 13 belum mendapatkan solusi yang layak maka akan dipilih kembali simpul ini untuk diwarnai, Pada pewarnaan kali ini warna akan diseleksi dari himpunan kandidat warna, karena semua warna dalam himpunan solusi tidak menghasilkan solusi yang layak. Warna baru yang

dipilih adalah Merah. Sehingga, himpunan kandidat C sekarang menjadi 6 anggota yaitu :

$$C = \{ \text{Ungu}, \text{Pink}, \text{Coklat}, \text{Abu - abu}, \text{Orange}, \text{Biru muda} \}$$

selanjutnya, warna merah diperiksa kelayakannya berdasarkan simpul yang bertetangga dengan simpul 13. Merah layak digunakan pada pewarnaan simpul 13, karena simpul yang bertetangga dengannya tidak ada diwarnai dengan warna ini.

Simpul 13 yang diwarnai dengan warna merah dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.28 Pewarnaan Simpul 13 Menggunakan Merah

Warna merah yang telah digunakan pada simpul 13 dimasukkan ke dalam himpunan solusi. Sehingga, solusi lokal yang terbentuk terdiri dari empat elemen yaitu :

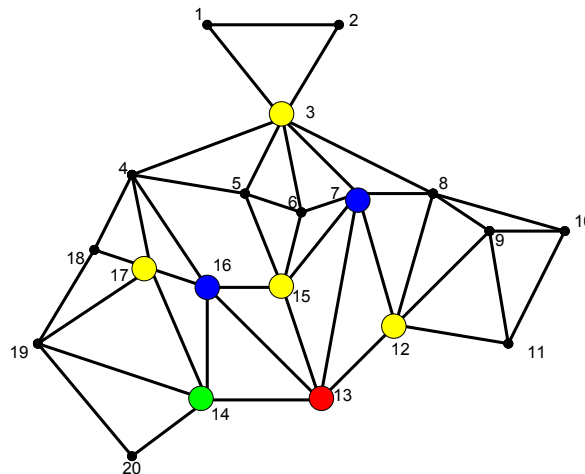
$$S = \{ \text{Kuning}, \text{Biru}, \text{Hijau}, \text{Merah} \}$$

Selanjutnya setelah simpul 13 diwarnai, lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

14. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 5 kembali yaitu simpul 12, 8 atau simpul 4. Dipilih simpul 12 yang akan diwarnai.

Selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan dari himpunan solusi, dipilih warna kuning. Kuning akan diperiksa kelayakannya dapat dilihat pada gambar 4.28, simpul bertetangga dengan simpul 12 tidak diwarnai dengan kuning maka warna kuning layak digunakan pada simpul 12.

Simpul 12 yang diwarnai dengan warna kuning dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.29 Pewarnaan Simpul 12 Menggunakan Kuning

Masukkan warna yang diberikan pada simpul 12 ke dalam himpunan solusi, warna kuning telah ada dalam himpunan solusi sehingga tidak perlu dituliskan kembali, himpunan solusi masih terdiri dari 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Selanjutnya, lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

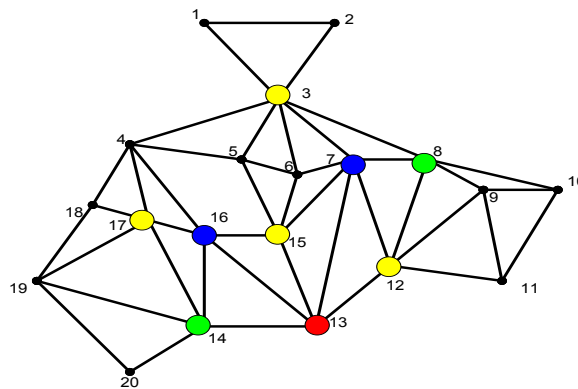
15. Seleksi simpul dari simpul berderajat 5 yaitu simpul 8 atau 4. Dipilih simpul 8 yang akan diwarnai.

Selanjutnya akan diseleksi warna dari himpunan solusi untuk mewarnai simpul yang terpilih. Pilih warna kuning. Periksa kelayakan warna, warna yang dipilih tidak layak digunakan karena simpul 12 yang bertetangga dengan simpul 8 telah diwarnai dengan warna kuning.

Kembali menyeleksi simpul yang akan diwarnai, terpilih kembali simpul 8. Seleksi warna dari himpunan solusi dan untuk pewarnaan kedua dari simpul ini akan dipilih warna biru, selanjutnya warna diperiksa kelayakannya. Warna yang diambil tidak layak, karena simpul 7 telah diberi warna biru.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 8. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena simpul 8 diwarnai dengan warna berbeda dengan simpul tetangganya.

Simpul 8 yang diwarnai dengan warna hijau dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.30 Pewarnaan Simpul 8 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 8 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

16. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 5 kembali yaitu simpul 4.

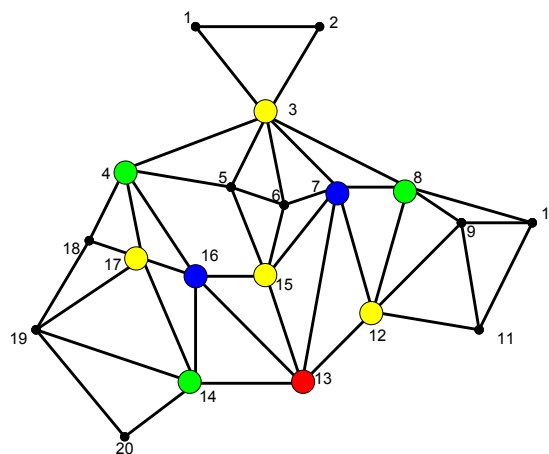
Proses selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan untuk simpul 4 dari himpunan solusi, dipilih warna kuning. Kuning akan diperiksa

kelayakannya dapat dilihat pada gambar 4.28, simpul 4 bertetangga dengan simpul 3 dan 17 yang diwarnai dengan kuning maka warna kuning tidak layak digunakan pada simpul 4.

Berikutnya kembali dipilih simpul 4 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna ke dua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.28 simpul ini tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 16 telah diwarnai dengan biru.

Selanjutnya lakukan kembali seleksi simpul dan dipilih simpul 4 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan kedua simpul ini tidak layak menggunakan warna biru maka akan diambil warna ke tiga dari anggota himpunan solusi yaitu hijau. Periksa kelayakan warnanya dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.28 simpul ini layak diwarnai dengan warna hijau karena simpul tetangganya tidak ada yang bewarna hijau.

Simpul 4 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.31 Pewarnaan Simpul 4 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 4 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

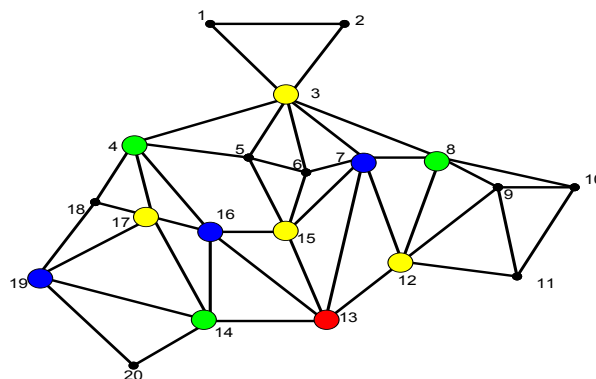
Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

17. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 4 yaitu simpul 19, 9, 6 atau simpul 5. Dipilih simpul 19 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 19 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 19 yaitu simpul 17 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya kembali dipilih simpul 19 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.31, simpul ini layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya tidak ada diwarnai dengan warna ini.

Simpul 19 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.32 Pewarnaan Simpul 19 Menggunakan Biru

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 19 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

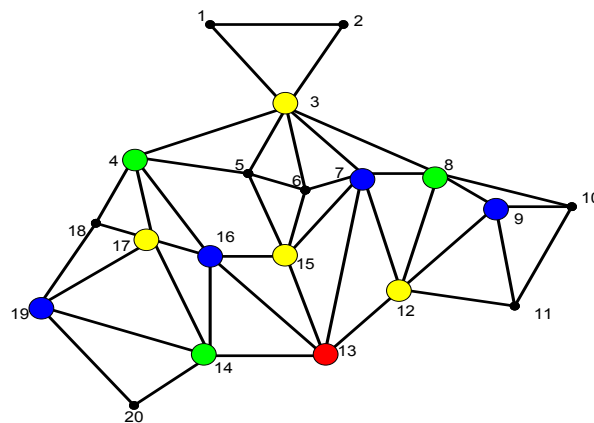
Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

18. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih kembali simpul dengan derajat 4 yaitu simpul 9, 6 atau simpul 5. Dipilih simpul 9 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 9 dari himpunan solusi, dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 9 yaitu simpul 12 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya dipilih kembali simpul 9 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.32, simpul ini layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya tidak ada diwarnai dengan warna ini.

Simpul 9 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.33 Pewarnaan Simpul 9 Menggunakan Biru

Himpunan solusi setelah simpul 9 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

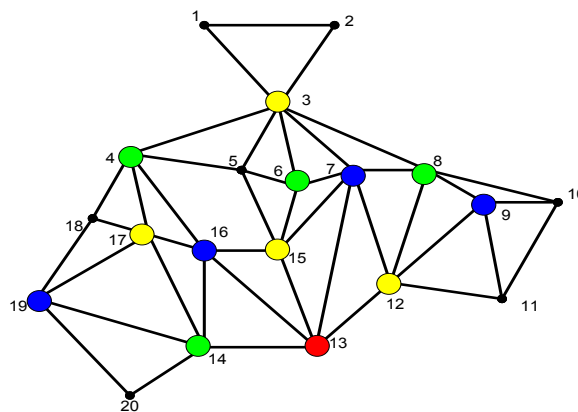
19. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih kembali simpul dengan derajat 4 yaitu simpul 6 atau simpul 5. Dipilih simpul 6 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 6 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 6 yaitu simpul 15 dan 3 telah diwarnai dengan kuning.

Tahap berikutnya kembali dipilih simpul 6 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.33, simpul ini tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 7 telah diwarnai dengan biru.

Tahap selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 6. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena simpul 6 diwarnai dengan warna berbeda dengan simpul tetangganya.

Simpul 6 yang diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.34 Pewarnaan Simpul 6 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi setelah simpul 6 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

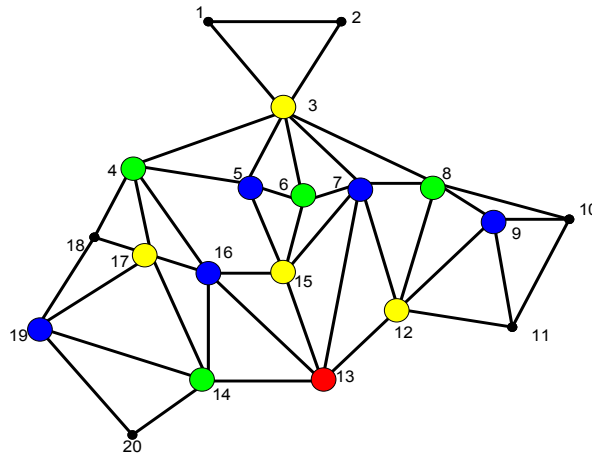
Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

20. Seleksi simpul dilakukan dan dipilih simpul dengan derajat 4 kembali yaitu simpul 5.

Selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan untuk simpul 5 dari himpunan solusi, dipilih warna kuning. Kuning akan diperiksa kelayakannya dapat dilihat pada gambar 4.34, simpul 5 bertetangga dengan simpul 3 dan 15 yang diwarnai dengan kuning maka warna kuning tidak layak digunakan pada simpul 5.

Berikutnya kembali dipilih simpul 5 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna ke dua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.34. Simpul 5 ini layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya tidak diwarnai dengan biru.

Simpul 5 yang telah diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.35 Pewarnaan Simpul 5 Menggunakan Biru

Himpunan solusi setelah simpul 5 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

21. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 3 yaitu simpul 18, 11 atau simpul 10. Dipilih simpul 18 yang akan diwarnai.

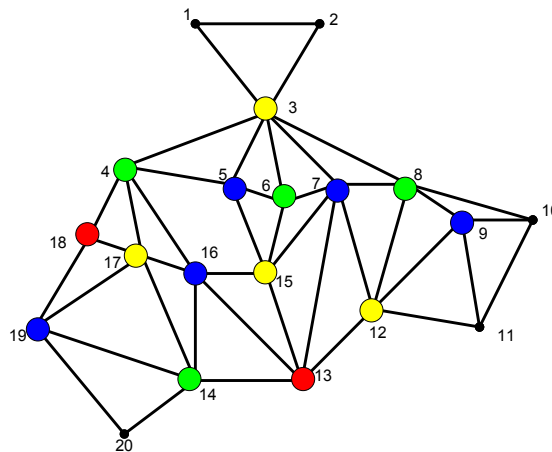
Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 18 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 18 yaitu simpul 17 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya kembali dipilih simpul 18 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.35, simpul ini juga tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 19 telah diwarnai dengan warna ini.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 18. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap tidak layak karena simpul 18 yang bertetangga dengan simpul 4 telah diwarnai dengan warna ini.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 18. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama, ke dua dan ke tiga tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah merah. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena simpul 18 diwarnai dengan warna berbeda dengan simpul tetangganya.

Simpul 18 yang telah diwarnai dapat dilihat di bawah ini:



Gambar 4.36 Pewarnaan Simpul 18 Menggunakan Merah

Himpunan solusi setelah simpul 18 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

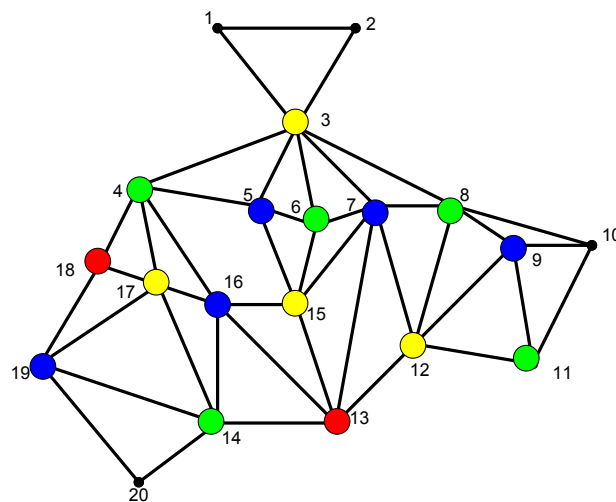
22. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih kembali simpul dengan derajat 3, yaitu simpul 11 atau simpul 10. Dipilih simpul 11 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 11 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 11 yaitu simpul 12 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya kembali dipilih simpul 11 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.36. Simpul 11 juga tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 9 telah diwarnai dengan warna ini.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 11. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena tidak satupun simpul tetangganya diwarnai dengan warna hijau.

Simpul 11 yang diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.37 Pewarnaan Simpul 11 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 11 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

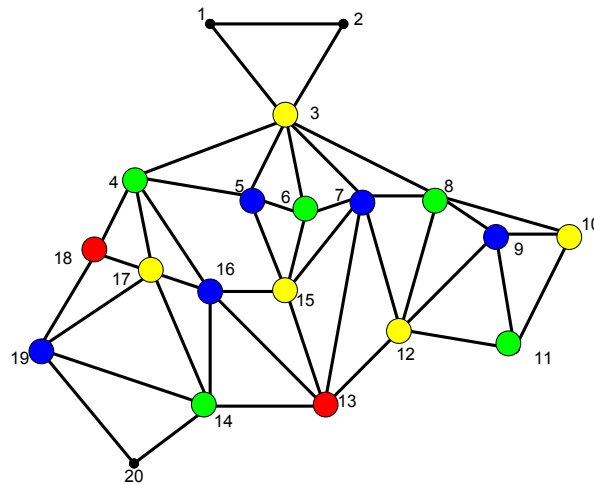
$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

23. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 3 kembali yaitu simpul 10.

Selanjutnya menyeleksi warna yang layak digunakan untuk simpul 10 dari himpunan solusi, dipilih warna kuning. Kuning akan diperiksa kelayakannya dapat dilihat pada gambar 4.37, simpul 10 bertetangga dengan simpul 8 dan 11 yang diwarnai dengan hijau dan simpul 9 yang diwarnai dengan biru. Warna kuning layak digunakan pada simpul 10.

Simpul 10 yang diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.38 Pewarnaan Simpul 10 Menggunakan Kuning

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 10 diwarnai, masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

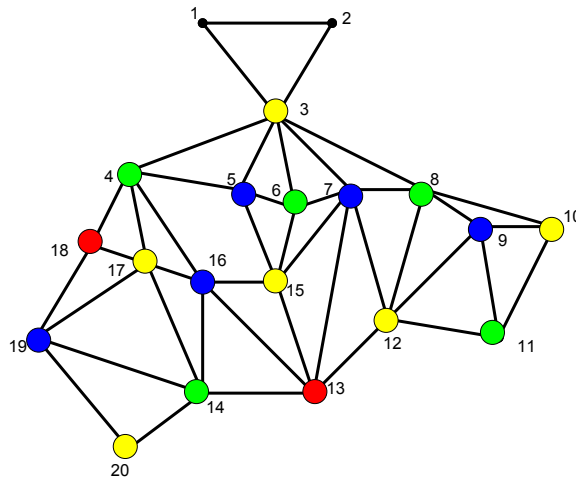
$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

24. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih simpul dengan derajat 2 yaitu simpul 20, 2 atau simpul 1. Dipilih simpul 20 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 20 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 20 yaitu simpul 14 diwarnai dengan hijau dan simpul 19 diwarnai dengan biru, berarti secara otomatis warna kuning ini layak digunakan pada simpul 20.

Simpul 20 yang diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.39 Pewarnaan Simpul 20 Menggunakan Kuning

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 20 diwarnai masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

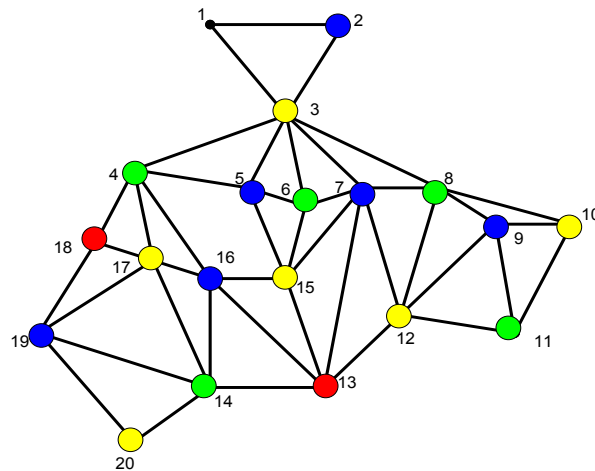
Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

25. Seleksi simpul dilakukan dan akan dipilih kembali simpul dengan derajat 2 yaitu simpul 2 atau simpul 1. Dipilih simpul 2 yang akan diwarnai.

Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 2 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 2 yaitu simpul 3 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya kembali dipilih simpul 2 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.39, simpul ini layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya tidak diwarnai dengan warna ini.

Simpul 2 yang diwarnai dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.40 Pewarnaan Simpul 2 Menggunakan Biru

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 2 diwarnai masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Lakukan pemeriksaan pewarnaan seluruh simpul dengan fungsi obyektif, solusi masih dalam optimum lokal. Ulangi proses seleksi simpul.

26. Seleksi simpul dilakukan dan dipilih simpul 1.

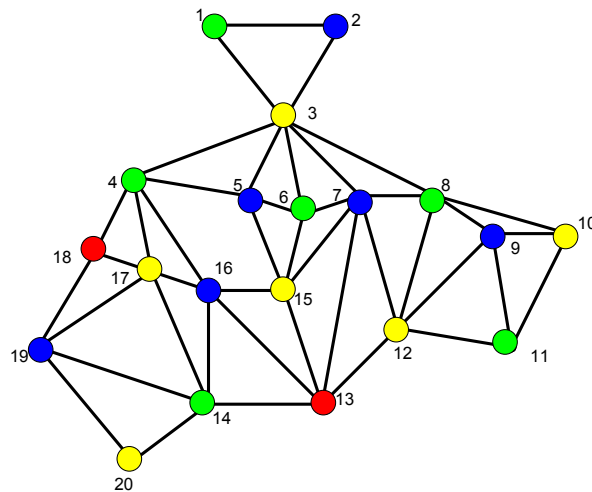
Seleksi warna yang akan diberikan pada simpul 1 dari himpunan solusi. Dipilih elemen pertama kembali yaitu kuning. Selanjutnya, lakukan pemeriksaan kelayakan warna. Warna kuning tidak layak digunakan karena simpul yang bertetangga dengan simpul 1 yaitu simpul 3 telah diwarnai dengan kuning.

Berikutnya kembali dipilih simpul 1 untuk diwarnai, karena pada pewarnaan awal simpul ini tidak layak menggunakan warna kuning maka akan diambil warna kedua dari anggota himpunan solusi yaitu biru. Periksa kelayakan warna ini dengan fungsi kelayakan, dilihat dari gambar 4.40, simpul 1 juga tidak layak diwarnai dengan warna biru karena simpul tetangganya yaitu simpul 2 telah diwarnai dengan warna ini.

Selanjutnya seleksi kembali simpul yang akan diwarnai, terpilih simpul 1. Seleksi warna dari himpunan solusi, karena kandidat pertama dan kedua tidak

memberi solusi layak maka warna selanjutnya akan digunakan adalah hijau. Periksa kelayakan warna, berdasarkan fungsi kelayakannya warna yang dipilih dianggap layak karena simpul 1 diwarnai dengan warna berbeda dari simpul tetangganya.

Simpul 1 yang diwarnai dengan warna hijau dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 4.41 Pewarnaan Simpul 1 Menggunakan Hijau

Himpunan solusi yang terbentuk setelah simpul 2 diwarnai masih beranggotakan 4 elemen yaitu :

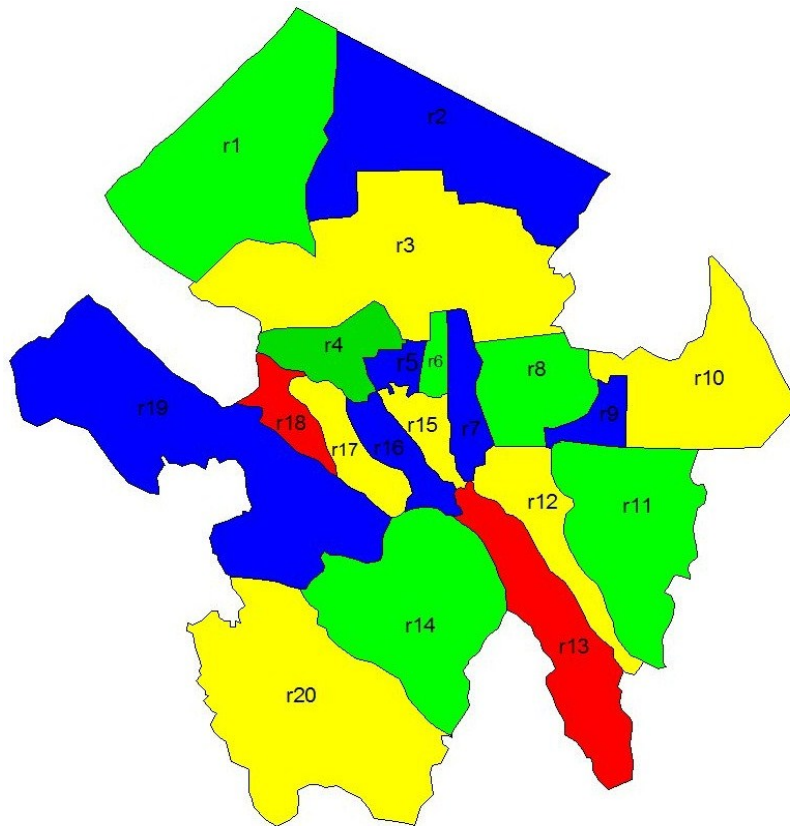
$$S = \{Kuning, Biru, Hijau, Merah\}$$

Proses selanjutnya adalah memeriksa kondisi pewarnaan graf dengan fungsi obyektif, apakah solusi sudah meliputi pewarnaan seluruh simpul dan optimal? ya, karena seluruh simpul telah diwarnai. Pewarnaan keseluruhan simpul diatas disebut dengan solusi optimum global. Proses pewarnaan simpul peta Kabupaten Kampar telah selesai dilakukan.

4.14 Menentukan Jumlah Warna Minimum Peta Kabupaten Kampar

Jumlah warna minimum atau disebut dengan bilangan kromatik yang diperoleh setelah dilakukan pewarnaan menggunakan algoritma *Greedy* dalam mewarnai wilayah pada peta Kabupaten Kampar dapat dilihat dari berapa banyak

anggota warna dalam himpunan solusi. Peta Kabupaten Kampar yang telah diwarnai menggunakan 4 warna dapat dilihat pada Gambar 4.42 berikut ini:



Gambar 4.42 Pewarnaan Wilayah Kecamatan Peta Kabupaten Kampar

Berdasarkan Gambar 4.42, dapat diketahui batas-batas wilayah setiap Kecamatan sebagai berikut :

1. r_1 : Tapung Hulu berbatasan dengan r_2 : Tapung Hulu dan r_3 : Tapung.
2. r_2 : Tapung Hulu berbatasan dengan r_1 : Tapung Hulu dan r_3 : Tapung.
3. r_3 : Tapung berbatasan dengan r_1 : Tapung Hulu, r_2 : Tapung Hulu, r_4 : Bangkinang Seberang, r_5 : Kampar Utara, r_6 : Rumbio Jaya, r_7 : Kampar Timur dan r_8 : Tambang.
4. r_4 : Bangkinang Seberang berbatasan dengan r_3 : Tapung, r_5 : Kampar Utara, r_{17} : Salo, r_{18} : Bangkinang Barat dan r_{16} : Bangkinang.
5. r_5 : Kampar Utara berbatasan dengan r_3 : Tapung, r_4 : Bangkinang Seberang, r_6 : Rumbio Jaya dan r_{15} : Kampar.

6. r_6 : Rumbio Jaya berbatasan dengan r_3 : Tapung, r_5 : Kampar Utara, r_{15} : Kampar dan r_{17} : Salo.
7. r_7 : Kampar Timur berbatasan dengan r_3 : Tapung, r_6 : Rumbio Jaya, r_8 : Tambang, r_{15} : Kampar, r_{12} : Kampar Kiri Tengah dan r_{13} : Gunung Sahilan.
8. r_8 : Tambang berbatasan dengan r_3 : Tapung, r_7 : Kampar Timur, r_9 : Perhentian Raja, r_{10} : Siak Hulu dan r_{12} : Kampar Kiri Tengah.
9. r_9 : Perhentian Raja berbatasan dengan r_8 : Tambang, r_{10} : Siak Hulu, r_{11} : Kampar Kiri Hilir dan r_{12} : Kampar Kiri Tengah.
10. r_{10} : Siak Hulu berbatasan dengan r_8 : Tambang, r_9 : Perhentian Raja dan r_{11} : Kampar Kiri Hilir.
11. r_{11} : Kampar Kiri Hilir berbatasan dengan r_9 : Perhentian Raja, r_{10} : Siak Hulu dan r_{12} : Kampar Kiri Tengah.
12. r_{12} : Kampar Kiri Tengah berbatasan dengan r_7 : Kampar Timur, r_8 : Tambang, r_9 : Perhentian Raja, r_{11} : Kampar Kiri Hilir dan r_{13} : Gunung Sahilan.
13. r_{13} : Gunung Sahilan berbatasan dengan r_{12} : Kampar Kiri Tengah, r_{14} : Kampar Kiri, r_{15} : Kampar, r_{16} : Bangkinang dan r_7 : Kampar Timur.
14. r_{14} : Kampar Kiri berbatasan dengan r_{13} : Gunung Sahilan, r_{16} : Bangkinang, r_{17} : Salo, r_{19} : XIII Koto Kampar dan r_{20} : Kampar Kiri Hulu.
15. r_{15} : Kampar berbatasan dengan r_5 : Kampar Utara, r_6 : Rumbio Jaya, r_7 : Kampar Timur, r_{13} : Gunung Sahilan dan r_{16} : Bangkinang.
16. r_{16} : Bangkinang berbatasan dengan r_4 : Bangkinang Seberang, r_{15} : Kampar, r_{13} : Gunung Sahilan, r_{14} : Kampar Kiri dan r_{17} : Salo.
17. r_{17} : Salo berbatasan dengan r_4 : Bangkinang Seberang, r_{16} : Bangkinang, r_{14} : Kampar Kiri, r_{18} : Bangkinang Barat dan r_{20} : Kampar Kiri Hulu.
18. r_{18} : Bangkinang Barat berbatasan dengan r_4 : Bangkinang Seberang, r_{17} : Salo dan r_{19} : XIII Koto Kampar.
19. r_{19} : XIII Koto Kampar berbatasan dengan r_{14} : Kampar Kiri, r_{17} : Salo, r_{18} : Bangkinang Barat dan r_{20} : Kampar Kiri Hulu.

20. r_{20} : Kampar Kiri Hulu berbatasan dengan r_{14} : Kampar Kiri dan r_{19} : XIII Koto Kampar.

Berdasarkan Gambar 4.42 di atas, dapat diketahui bahwa untuk mendapatkan solusi pewarnaan optimal pada peta Kabupaten Kampar, setiap kecamatan dapat dibentuk ke dalam kelompok-kelompok sebagai berikut:

1. r_3 : Tapung, r_{17} : Salo, r_{15} : Kampar, r_{10} : Siak Hulu, r_{12} : Kampar Kiri Tengah, r_{20} : Kampar Kiri Hulu.
2. r_2 : Tapung Hulu, r_5 : Kampar Utara, r_7 : Kampar Timur, r_9 : Perhentian Raja, r_{16} : Bangkinang dan r_{19} : XIII Koto Kampar.
3. r_1 : Tapung Hulu, r_4 : Bangkinang Seberang, r_6 : Rumbio Jaya, r_8 : Tambang, r_{11} : Kampar Kiri Hilir dan r_{14} : Kampar Kiri.
4. r_{13} : Gunung Sahilan dan r_{18} : Bangkinang Barat.

Setiap kelompok di atas harus diberi warna yang berbeda dan setiap anggota yang tergabung dalam satu kelompok harus diberi warna yang sama dengan warna kelompoknya. Pewarnaan pada peta Kab. Kampar didapatkan solusi optimalnya adalah 4 warna.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada Bab IV maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Pewarnaan wilayah pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kabupaten Kampar dapat dilakukan menggunakan algoritma *Greedy* dengan cara membuat graf dualnya terlebih dahulu. Graf dual kedua kabupaten terdiri:
 - a. Peta Kabupaten Indragiri Hulu terdiri dari 14 simpul dan 27 sisi.
 - b. Peta Kabupaten Kampar terdiri dari 20 simpul dan 40 sisi.
2. Algoritma *Greedy* sesuai diterapkan pada pewarnaan graf dengan jumlah simpul yang besar. Hal ini dikarenakan algoritma *Greedy* memiliki langkah yang rinci dan terarah dalam pemilihan simpul yang akan diwarnai. Setiap optimum lokal yaitu pewarnaan pada satu simpul yang dicapai akan langsung mengarah pada solusi optimum global yaitu pewarnaan seluruh simpul dengan hasil optimal.
3. Jumlah warna minimum (bilangan kromatik) pewarnaan wilayah kecamatan pada peta Kabupaten Indragiri Hulu dan Kampar pada penelitian ini diperoleh 4 warna, warna antar kota yang terhubung dengan satu sisi memiliki warna berbeda.

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas salah satu aplikasi dalam bidang teori graf tentang pewarnaan graf yang diaplikasikan pada pewarnaan wilayah pada peta menggunakan algoritma *Greedy*. Penelitian lain yang dapat dikembangkan dari tugas akhir ini adalah Pewarnaan graf bisa juga dilakukan pada kasus penjadwalan menggunakan algoritma lain serta pewarnaan dapat dilakukan dengan menggunakan program komputer.

DAFTAR PUSTAKA

- Amrimirza, Muhammad. "*Aplikasi Algoritma Greedy pada Pewarnaan Peta*". Makalah IF2251 Strategi Algoritmik Institut Teknologi Bandung, 2007.
- Hartono, Rocky. "*Penerapan Algoritma Greedy pada Optimasi Pengaturan Lalu Lintas Sederhana*", Makalah Strategi Algoritmik ITB. Bandung. 2007.
- [Http://www.inhu.go.id](http://www.inhu.go.id). "*Peta Kabupaten Indra Giri Hulu*" diakses 9 April 2011.
- [Http://www.kamparkab.go.id](http://www.kamparkab.go.id). "*Peta Kabupaten Kampar*" diakses 10 April 2011.
- Jusuf, Heni. "Pewarnaan Graph Pada Simpul Untuk Mendeteksi Konflik Penjadwalan Kuliah," *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi (SNATI)*. Yogyakarta. 2009.
- L Gross, Jonathan, dan Yellen Jay. "*Graph Theory and Its Application*," Taylor & Francis Group, New York. 2006.
- Li, Yu. Lucet Corinne. Moukrim. Aziz dan Sghiouer. Kaoutar, "Greedy Algorithms for the Minimum Coloring Problem," *Logistique et transport*, Sousse : Tunisia (2009)". Hal-00451266, version 1-28 jan 2010.
- Lipschuts, Seymour, dan Larslipson Marc. "*Matematika Diskrit Jilid 2 Schaum's*". Salemba Teknika, Jakarta. 2002.
- Liu, C.L. "*Dasar-dasar Matematika Diskrit Jilid 2*". PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta. 1995.
- Munir, Rinaldi. "*Matematika Diskrit*," Edisi Ketiga. Informatika, bandung, Indonesia. 2005.
- Siang, Jong Jek. "*Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada ilmu komputer*". Penerbit Andi, Yogyakarta. 2006.
- Syahriza, Heni. "*Perbandingan Algoritma Greedy dan Dijkstra dalam Menentukan Lintasan Terpendek*". Skripsi. 2009.

Wibisono, Samuel. "*Matematika Diskrit*". Graha Ilmu, Jakarta. 2004.

Yulikuspartono, S. Kom. "*Pengantar Logika dan Algoritma*". Penerbit Andi, Yogyakarta. 2001.